

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA AMBIENTAL**

**DIMENSÃO FRACTAL DE ESPÉCIES ARBÓREAS DE
ECOSSISTEMA NATIVO NA REGIÃO DO
PANTANAL MATO-GROSSENSE**

TONNY JADER DE MORAES

Orientadora: Profa. Dra. Iramaia Jorge Cabral De Paulo

Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Augusto Campos Curvo

**Cuiabá-MT
Maio-2015.**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA AMBIENTAL**

**DIMENSÃO FRACTAL DE ESPÉCIES ARBÓREAS DE
ECOSSISTEMA NATIVO NA REGIÃO DO
PANTANAL MATO-GROSSENSE**

TONNY JADER DE MORAES

*Dissertação apresentada ao Programa
de Pós-graduação em Física Ambiental
da Universidade Federal de Mato
Grosso, como parte dos requisitos para
o grau de Mestre em Física Ambiental.*

Orientadora: Profa. Dra. Iramaia Jorge Cabral De Paulo

Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Augusto Campos Curvo

**Cuiabá-MT
Maio-2015.**

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

M827d Moraes, Tonny Jader.

Dimensão fractal de espécies arbóreas de ecossistema nativo na região do pantanal Mato-grossense / Tonny Jader Moraes. – 2015 vi, 65 f. : il. color. ; 30 cm.

Orientadora: Iramaia Jorge Cabral de Paulo.

Coorientador: Eduardo Augusto Campos Curvo.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Física Ambiental, Cuiabá, 2015.

Inclui bibliografia.

1. Dimensão fractal. 2. Alometria. 3. Ximbuva. 4. Erva d'água.
5. Floresta inundável. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Permitida a reprodução parcial ou total, desde que citada a fonte.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE FÍSICA
Programa de Pós-Graduação em Física Ambiental

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: DIMENSÃO FRACTAL DE ESPÉCIES ARBÓREAS DE
ECOSSISTEMA NATIVO DA REGIÃO DO PANTANAL
MATOGROSSENSE

AUTOR: TONNY JADER DE MORAES

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em 22 de maio de 2015, pela
comissão julgadora:



Profa. Dra. Iramaia Jorge Cabral de Paulo
Orientadora
Instituto de Física - UFMT



Prof. Dr. Eduardo Augusto Campos Curvo
Examinador Interno
Instituto de Física - UFMT



Profa. Dra. Luciana Sanches
Examinadora Interna
Faculdade de Arquitetura, Engenharia e
Tecnologia- UFMT



Prof. Dr. Julio César Hadler Neto
Examinador Externo
Instituto de Física Gleb Wataghin/UNICAMP

DEDICATÓRIA

Deus pela vida, a minha esposa Alessandra e a meus familiares pelo amor e compreensão, e aos meus pais Constância e Francisco (maranhão), a os orientadores pela dedicação, meus irmãos, sobrinhos e amigos, pelo amor, oportunidades e sacrifícios.

AGRADECIMENTOS

- A Deus, autor e consumidor da minha fé;
- Ao Prof. Dra. Iramaia Jorge Cabral de Paulo, pela orientação concedida, pelo incentivo, confiança, empenho, dedicação, paciência e pela grande amizade, fatores que contribuíram de forma única e singular a produção deste trabalho;
- Ao Prof. Eduardo Curvo, pela coorientação, paciência e parceria no desenvolvimento desta pesquisa.
- Prof. Dr. Sergio Roberto de Paulo, pela preciosa contribuição em todas as fases da pesquisa.
- Ao Prof. Dr. José de Souza Nogueira pela verdadeira dedicação, incentivo e empenho em poder tornar esta pós-graduação verdadeiramente multidisciplinar e conceituada;
- A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Física Ambiental da Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT, que transmitiram os seus conhecimentos;
- Ao Prof. Leoni Curado, Prof. Tiago Rangel, Prof. Geraldo Neves, que não mediram esforços em nos auxiliar;
- Aos amigos do grupo Complexidade, pelo incentivo e grande contribuição nos trabalhos concretizados;
- Aos colegas, Lucas, Danieli, Marcos, Igor, Fernando, João, Rafael, Dalila e todos que logo se tornaram grandes amigos desde o início do mestrado, obrigado pelo incentivo e ajuda;
- A todos, que direta ou indiretamente contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho;
- À CAPES pelo auxílio financeiro;

EPÍGRAFES

“Então o Senhor Deus fez nascer do solo todo tipo de árvores agradáveis aos olhos e boas para alimento. E no meio do jardim estavam a árvore da vida e a árvore do conhecimento do bem e do mal”
Gênesis 2:9

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	V
LISTA DE ABREVIATURAS E SIMBOLOS.....	VIII
RESUMO	IX
ABSTRACT.....	X
1. INTRODUÇÃO	11
1.1 PROBLEMÁTICA	11
1.2 JUSTIFICATIVA	13
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	14
2.1 ALOMETRIA.....	14
2.1.1 <i>Derivando uma lei de potência</i>	15
2.1.2 <i>Lei de Rubner e Lei Kleiber</i>	16
2.1.3 <i>Conjunto de Cantor</i>	22
2.1.4 <i>Curva de Koch</i>	23
2.1.5 <i>Método box-Counting</i>	24
2.2 O MODELO DE WEST, BROWN E ENQUIST	25
3. MATERIAL E MÉTODO	30
3.1 LOCALIZAÇÃO E DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO	30
3.2 DADOS DA ESTRUTURA DA VEGETAÇÃO.....	31
3.3 VERIFICAÇÃO DA AUTO SIMILARIDADE DAS PLANTAS.....	33
3.4 CÁLCULO DO VOLUME DA ESTRUTURA DE RAMIFICAÇÃO DA PLANTA.	33
3.5 CALCULO DA DIMENSÃO FRACTAL <i>D_p</i>	35
3.6 CARACTERIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DOS DIÂMETROS DOS GALHOS	37
4. RESULTADO E DISCUSSÃO	38
4.1 CARACTERÍSTICAS DA VEGETAÇÃO NO QUADRANTE	38
4.2 RAZÃO DE ESCALA DAS PLANTAS	38
4.3 ESTIMATIVA DA DIMENSÃO FRACTAL	41
4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	45
5. CONCLUSÃO	46
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48
APÊNDICE A – TABELA DAS MEDIDAS DOS GALHOS (Ximbuva).....	50
APÊNDICE B – TABELA DAS MEDIDAS DOS GALHOS (Erva d’água).....	58

1. LISTA DE FIGURAS

Figura 1: A curva <i>do rato ao elefante</i> . A taxa metabólica está em W e a massa em kg	18
Figura 2: Formas geométricas euclidianas.....	20
Figura 3: Reta dividida em 4 partes.	21
Figura 4: Quadrado dividido em 16 partes.	21
Figura 5: Cubo dividido em 64 partes.	22
Figura 6: Conjunto de Cantor.	22
Figura 7: Curva de Koch.....	23
Figura 8: Linhas costeiras da Grã-Bretanha e Irlanda em dois reticulados..	24
Figura 9: Sistema venoso e arterial do rim.	26
Figura 10: a) A rede de distribuição de nutrientes nos mamíferos, b) nas plantas, c) no modelo de WBE. No item d) estão mostrados os parâmetros do modelo. ..	27
Figura 11: Área de estudo. a) Mato Grosso, b) Centro Avançado de Pesquisas do Pantanal - Reserva Particular do Patrimônio Natural do Serviço Social do Comércio (SESC) – Baía das Pedras – Pantanal, c) Estrato superior da cobertura vegetal da floresta densa na área de estudo.....	30
Figura 12: Coleta das espécies em uma área delimitado de 1 m^2 para a coleta de dados.	31
Figura 13: a) espécie <i>Enterolobium contortisiliquum</i> , b) espécie <i>Palicourea crocea</i> , ..	32
Figura 14: Representação das medidas de diâmetro dk e $dk + 1$, do comprimento lk e $lk + 1$ dos galhos ou caule da planta, em cada nível de ramificação. Erro! Indicador não definido.	
Figura 15: Nível de ramificação da estrutura da planta k , que cada nível tem comprimento lk (mm), raio rk (mm), volume do galho vk mm^3	34

- Figura 16:** Representação do cilindro de raio rk e comprimento lk para a estimativa do volume do galho ou caule. 34
- Figura 17:** Representação do método de cálculo da dimensão fractal Dp , a) Um cubo $N(\epsilon)$ e fator de redução ϵ , b) Número de caixas $N(\epsilon)$ no volume ocupado pela planta, volume $Vs = hL1L2$ do espaço ocupado pela planta. 36
- Figura 20:** Razão entre os diâmetros dos galhos posterior com anterior à bifurcação da espécie *Enterolobium contortisiliquum* plantas em diversos níveis de ramificação ($a = 9.8188 \times 10^{-5} \pm 1.0589 \times 10^{-4}$, $b = 0.61272 \pm 0.02115$, média: 0.62971). 40
- Figura 21:** Razão entre os diâmetros dos galhos posterior com anterior à bifurcação da espécie *Palicourea crocea* plantas em diversos níveis de ramificação ($a = -3.99011 \times 10^{-4} \pm 0.00247$, $b = 0.57081 \pm 0.05678$, média: 0.54876). 41
- Figura 22:** Distribuição de tamanho do diâmetro (mm) dos galhos da espécie *Enterolobium contortisiliquum*. ($r^2 = 0.99504$, $a = 1499,45 \pm 123,03$ $b = -1.99509 \pm 0.06929$). 42
- Figura 23:** Distribuição de tamanho do Diâmetro (mm) dos galhos da espécie *Palicourea crocea*. ($r^2 = 0.9299$, $a = 369,82 \pm 192,14$ $b = -2.02691 \pm 0.29214$). 43
- Figura 24:** Distribuição de tamanho dos diâmetros (cm) de ramos ou raízes dentro de uma determinada árvore. São mostrados em três árvores, *Cryptomeria* sp. (círculos pretos), *Picea* sp (estrelas), e *Betula* sp (quadrados cinza). Os expoentes b foram respectivamente: -2.13, -2.03, -2.05. 44
- Figura 27:** Espécies a) (*cotoneaster horizontalis decaisne*) e b) (*yew taxus baccata*) utilizadas para a estimativa da dimensão fractal pelo método Box-Counting conforme Morse, et al, (1985). 45

Tabela 1: Medidas comparativas das características da vegetação da área de **1 m²**. 38

Tabela 2 - Valores dos cálculos de Volume total da estrutura da planta V_t , tamanho segmento relativo ε , dimensão fractal Dp , número de elemento N , e volume do espaço ocupado pela planta V_s 42

2.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIMBOLOS

k	Nível de ramificação da estrutura da planta.
$k + 1$	Nível de ramificação seguinte da estrutura da planta
d_k planta.	Diâmetro do galho ou caule em dado nível de ramificação da
d_{k+1} da planta.	Diâmetro do galho ou caule em dado nível seguinte de ramificação
l_k planta.	Comprimento do galho ou caule em dado nível de ramificação da
l_{k+1}	Comprimento do galho ou caule em dado nível seguinte de ramificação da planta.
γ_k	Razão entre os comprimentos dos galhos ou caule em um dado nível de ramificação.
β_k	Razão entre os diâmetros dos galhos ou caule em um dado nível de ramificação.
r_k	Raio do galho ou caule em dado nível de ramificação da planta.
r_{k+1} planta.	Raio do galho ou caule em dado nível seguinte de ramificação da
V_t	Volume total da estrutura da planta.
v_k	Volume de um galho ou caule em dado nível de ramificação.
D_p	Dimensão fractal.
L_1	Largura do espaço ocupado pela planta.
L_2	Largura do espaço ocupado pela planta.
n_k	Número de galhos em dado nível de ramificação
v_ε	Volume do cubo que representa a fração do volume total da planta
h	Altura da planta.
N	Número de cubos que interceptam o volume total da planta.

3. RESUMO

MORAES, T. J. **Dimensão fractal de um ecossistema nativo na região do pantanal mato-grossense**. Cuiabá, 2015, Dissertação (Mestrado em Física Ambiental) – Instituto de Física, Universidade Federal de Mato Grosso.

O objetivo desta pesquisa, foi estudar as características estruturais das plantas em nível individual utilizando uma teoria quantitativa para a estrutura e dinâmica das florestas. A teoria usa relações de escala alométrica, baseado no metabolismo e biomecânica, sendo possível estudar propriedades geométricas e dinâmicas de plantas que se dimensionam de forma idêntica. A partir do conhecimento relacionado à Ciência da Complexidade, admite descrições dos fenômenos estudados, de uma forma mais próxima da dinâmica dos sistemas reais do comportamento global de um ecossistema a partir de medidas locais. A área de estudo é a mata da Baía das Pedras em floresta inundável na região do Pantanal. Para analisar as características estruturais como: a dimensão fractal, distribuição dos galhos em função do tamanho, a razão de escala entre os tamanhos das partes da planta, com foco em duas espécies *Enterolobium contortisiliquum* (Ximbuva) e *Palicourea crocea* (Erva d'água), para estas e outras plantas foram coletadas as seguintes medidas de plantas tomadas individualmente: diâmetro, comprimento e número de galhos, como também a massa dessas plantas. Os resultados indicam a capacidade do modelo de prever algumas características de auto similaridade referentes a arquitetura estrutural observada pela distribuição dos tamanhos, e razão entre os tamanhos dos galhos, assim como características estruturais idênticas nas plantas analisadas.

Palavras-chave: Dimensão fractal, alometria, Ximbuva, Erva d'água, floresta inundável.

4. ABSTRACT

MORAES, T. J. **Fractal dimension of a native ecosystem in the Mato Grosso Pantanal region**. Cuiabá, 2015, Dissertation (Master of Environmental Physics) - Institute of Physics, Federal University of Mato Grosso.

The purpose of this research was to study the structural characteristics of plants at the individual level using a quantitative theory for the structure and dynamics of forests. The theory using allometric scaling relations based on the metabolism and biomechanics, it is possible to study geometric and dynamic properties of plants that dimensioning identically. From related to complexity science knowledge, admits descriptions of the phenomena studied, more closely the dynamics of real systems the overall behavior of an ecosystem from local measures. The study area is the forest of Baia das Pedras in floodplain forest in the Pantanal region. To analyze the structural characteristics as the fractal dimension, distribution of branches depending on its size, the ratio of scale between the sizes of the parts of the plant, focusing on two species *Enterolobium contortisiliquum* (Ximbuva) and *Crocea Palicourea* (Erva d'água) for these and other plants were harvested plants the following measures taken individually: diameter, length and number of branches, as well as the mass of these plants. The results indicate the model's ability to predict certain characteristics of self similarity concerning structural architecture observed the distribution of sizes, and ratio between the sizes of the branches, as well as structural features identical in the analyzed plants.

Keywords: fractal dimension, allometry, ximbuva, Erva d'água, floodplain forest.

1. INTRODUÇÃO

1.1 PROBLEMÁTICA

Em tempos em que há um avanço no processo de investigação do ecossistema através de recursos metodológicos de caráter técnico e teórico, possibilitando melhor compreensão e controle de problemas ambientais, e diante de possíveis consequências das mudanças climáticas, a ponto de comprometer a produção de alimento e o abastecimento de água de maneira tão aguda, colocando em risco o *modus vivendi* humano, compreender o design e o metabolismo dos ecossistemas pode apontar direções para minimizar perdas e aumentar nosso ganho na relação com o meio ambiente natural.

As características dos organismos vivos variam dentro de uma mesma espécie e de espécie para espécie. Considera-se que as dimensões concernentes ao tamanho do corpo, massa, temperatura e metabolismo, sejam características que podem ser melhor compreendidas a partir de conexões entre princípios de física, Química e Biologia. O metabolismo, por exemplo, determina o que os organismos colocam em seu ambiente e também estabelece importantes restrições para distribuição de recursos, então, a taxa global desses processos define o ritmo da vida.

Em 1997, pesquisadores do *Santa Fé Institute*, situado na cidade de Santa Fé, Novo México, EUA, desenvolveram um modelo que descreve as relações entre a densidade da população e a massa das plantas. O modelo prevê que o tamanho médio das plantas apresenta uma relação com a densidade máxima da população de acordo com uma potência $3/4$ West et al., (1997).

O modelo considera que no design de distribuição de recursos biológicos há conexões equacionáveis entre captação de recursos e densidade populacional para plantas. O estudo prevê uma arquitetura fractal dos galhos e relações numerais de escalas alométricas, por exemplo, a escala total de massa de uma folha como $M^{3/4}$, o diâmetro do tronco como $M^{3/8}$ e o uso de recursos, taxa metabólica e taxa fotossintética bruta como $M^{3/8}$, de modo que essa propriedade fractal de auto-similaridade, permite que uma rede vascular ramifique até o nível microscópico atingindo qualquer célula vegetal, em acordo com a física da mecânica dos fluidos.

Essas características evolutivas estruturais possibilitaram melhor eficiência da capacidade metabólica, devido a um aumento da área superficial, onde os recursos são trocados com o ambiente, e o gasto energético é minimizado com a redução das distancias necessárias para levar os recursos até a célula devido à arquitetura fractal dos organismos vivos.

Caso exista tal relação será possível extrapolar as propriedades alométricas observadas das dimensões de uma floresta melhorando a compreensão do comportamento global desse ecossistema verificando a lei de potência que corresponde a essa relação e comparando com o que é previsto pelo modelo alométrico.

Portanto, o entendimento da dinâmica energética e do metabolismo vegetal no ecossistema, tem implicações importantes no conhecimento da função da vegetação na configuração do microclima. Lembrando que o balanço de energia na atmosfera em ecossistemas na baixa troposfera ainda não é completamente compreendido, visto que normalmente não se obtém um fechamento para tal balanço em microescala e macroescala.

Os estados de Mato Grosso e Mato Grosso do Sul abrangem a maior parte do bioma Pantanal, possui cerca de 140.000 km², ocupando 1,6% do território brasileiro (SILVA e ABDON, 1998). Sua altitude varia entre 80 a 120 m (MARANI e ALVARÁ 2007) A classificação climática do Pantanal é Aw segundo Köppen com precipitação anual acima de 1300 mm (BIUDES et al., 2009; BIUDES et al., 2012).

A inundação sazonal do pantanal traz um conjunto de características distintas de dinâmicas, tanto de nutrientes, como de indivíduos vegetais, um exemplo desse contexto é o crescente espalhamento do cambará (*Vochysia divergens*) e pombeiro (*Combretum lanceolatum* Pohl) com o pulso de inundação (BIUDES et al., 2009; ARIEIRA e CUNHA, 2006).

A atenção em torno do pantanal ganha mais força pelo fato desse bioma ser a maior planície inundada da América do Sul. Atualmente há uma crescente tendência na utilização dessas áreas para formação de pastagens (JUNK e CUNHA 2005). Segundo Abdon et al., (2007) das em sua cobertura natural 98 % foram convertidas em pastagem.

Essa modificação de paisagem pode contribuir para alterações de ciclos e processos dentro de um ecossistema, Biudes et al., (2009) no norte do pantanal observaram que áreas de pastagem apresentam maiores valores de calor sensível e calor do solo em relação a regiões de vegetação arbórea, o que evidencia que as alterações na paisagem podem influenciar nos componentes do balanço de radiação.

1.2 JUSTIFICATIVA

Este estudo justifica-se na importância do Pantanal dentro de uma perspectiva de conservação de ecossistemas, iniciativas com fins voltados a o estudo possibilitarão uma melhor compreensão das inter-relações entre a vegetação e o clima e das características metabólicas e propriedades estruturais da vegetação como a dimensionalidade fractal do local.

Neste estudo intenciona-se medir a dimensionalidade de uma amostra da mata, localizada na Baía das Pedras em várias escalas: de plantas tomadas individualmente, de partes dessas plantas e da mata como um todo. Para isso foi calculado a dimensionalidade de uma área delimitada representativa do todo, e a partir da medida de tamanhos dos indivíduos, que pode ser obtida pelas medidas das dimensões das partes (ou ramificações) das plantas e árvores, obtendo assim a dimensionalidade da floresta.

O objetivo geral desta pesquisa foi, estimar o comportamento global de um ecossistema a partir de medidas locais, por meio do modelo teórico proposto por West, Brown e Enquist (1997), em uma área de mata na localidade conhecida como Baia das Pedras, localizado norte do Pantanal.

Para tanto elenca-se como objetivos específicos:

- Investigar a relação de entre o tamanho e forma, aplicando o modelo teórico proposto por West, Brown e Enquist, em uma localidade em mata de galeria localizada no Norte do Pantanal Mato-grossense.
- Averiguar se a dimensão fractal de indivíduos representativos, da amostra considerada.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Comparando-se diferentes espécies de plantas pode-se perceber uma variedade de tamanhos e formas, uma sequoia (*Sequoia sempervirens*) possui altura da ordem de 10^2 m, enquanto um cajueiro anão (*Anacardium occidentale* L.) $10^{0,5}$ m. A vida abrange uma diversidade de valores de massa em torno de 21 ordens de grandezas (West et al 2004). Vários estudos mostram que a característica de maior importância é o tamanho, e que essas várias diferenças de forma e tamanho tem impacto direto na capacidade dos organismos se adaptarem ao ambiente e também de modifica-lo (West et al 1997). Ao longo do tempo ocorreram diversas mudanças biológicas, morfológicas e físicas para que os organismos ajustassem sua estrutura, adaptando-se a mudanças em seu habitat. Quando, por exemplo, o tamanho de um organismo vivo muda, a relação entre seus mecanismos internos deve se ajustar para que o mesmo continue funcionando.

Embora os vegetais apresentem grande diversidade em termos de forma e tamanho, algumas regularidades são observadas do ponto de vista estrutural e morfológico. Essas similaridades podem ser descritas por algumas relações alométricas que normalmente se apresentam na forma de leis de potência.

2.1 ALOMETRIA

A alometria é um ramo da biologia que se preocupa com as variações de escala, e é definida como as características das dimensões relativas das partes de um organismo correlacionadas com as características de forma e tamanho total. Decorre daí conceitos mais específicos: alometria ontogenética refere-se ao crescimento relativo de um indivíduo; alometria filogenética, referente às razões de crescimento diferencial constantes em linhagens; a alometria intraespecífica, referente a indivíduos adultos dentro de uma espécie ou uma dada população; alometria interespecífica, referente a algum tipo de fenômeno entre espécies relacionadas. Em 2002, o conceito de alometria já mais consolidado, possibilitou que a função-potência sugerida por Huxley & Teissier em 1936 fosse usada para descrever fenômenos ecológicos incluindo leis de potência como no trabalho de BROWN et al. (2004).

2.1.1 Derivando uma lei de potência

Quando existem duas variáveis x e Y que se inter-relacionam, e quando a taxa de variação temporal relativa de ambas é correspondente, então:

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} \approx \frac{1}{y} \frac{dy}{dt} \quad (1)$$

Substituindo-se a proporcionalidade por uma igualdade, tem-se:

$$b \frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{y} \frac{dy}{dt} \quad (2)$$

Separando as variáveis:

$$\frac{dy}{dx} = b \frac{y}{x} \quad (3)$$

$$\frac{dy}{y} = b \frac{dx}{x} \quad (4)$$

Integrando:

$$\int \frac{dy}{y} = b \int \frac{dx}{x} \quad (5)$$

Isolando y :

$$e^{\ln y} = e^{b \ln x + c} \quad (7)$$

$$y = x^b \cdot e^c \quad (8)$$

Fazendo $e^c = a$, finalmente:

$$y = ax^b \quad (9)$$

Em que y é a variável dependente, a é a constante de integração que em alometria é definida como constante de normalização, x a variável independente e b é o expoente de escala, se $b = 1$ a relação será isométrica, para relações alométricas tem-se $b \neq 1$.

Frente a um grande número de variáveis nos sistemas abertos, pode-se afirmar que existe um grande número de relações alométricas. Considerando que se possa relacionar duas variáveis descritas por uma lei de potência com estatística suficiente então ter-se-á uma relação de escala.

2.1.2 Lei de Rubner e Lei Kleiber

Rubner em 1883 propôs a lei da superfície, nela a massa M é proporcional ao volume V . Se a densidade de massa ρ do corpo for constante, o comprimento ao cubo L^3 será proporcional ao volume V logo:

$$M \propto V \propto L^3 \quad (10)$$

Pode-se descrever a área S como proporcional a L^2 :

$$S \propto L^2 \quad (11)$$

Admitindo-se que os organismos sejam geometricamente similares, seria possível simplificar as expressões, obtendo-se uma relação entre S e M :

$$M \propto L^3 \Rightarrow M^{\frac{1}{3}} \propto L \quad (12)$$

$$L^2 \propto S \Rightarrow L \propto S^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Portanto:

$$S^{\frac{1}{2}} \propto M^{\frac{1}{3}} \quad (14)$$

Resultando na lei da superfície de Rubner:

$$S \propto M^{\frac{2}{3}} \quad (15)$$

Rubner esperava que os organismos biológicos fossem geometricamente similares, com expoentes alométricos múltiplos de $1/3$. Ele utilizou a lei da superfície para determinar a taxa metabólica basal de vários cães de tamanhos diferentes, supondo que a atividade metabólica deveria ser limitada pela área da superfície corporal. Rubner observou ainda que a taxa metabólica por unidade de corporal $Kcal\ dia^{-1}\ g^{-2}$ (taxa metabólica específica), era maior em cães menores e menor em cães maiores. Ele atribuiu esse resultado ao fato de que um animal menor possui uma superfície corporal maior em relação a sua massa, quando comparado a um animal maior. Como cães são animais homeotérmicos (com temperatura corporal constante), precisam manter sua temperatura por meio do metabolismo, proporcionalmente a energia térmica que perdem pela sua superfície corporal. Rubner obteve valores próximos de $1000\ Kcal\ m^{-2}\ dia^{-1}$ para cães de vários tamanhos, reforçando sua teoria que a taxa metabólica basal deveria ser governada pela razão superfície/volume, $\frac{S}{V} \sim M^b$. A lei da superfície de Rubner com o expoente $b = \frac{2}{3}$ seguiu incontestada até 1932, quando Max Kleiber mediu a taxa metabólica adicionando mais dados à pesquisa, usando um grupo de animais com massa de $0,15\ kg$ (ratos) até $679\ kg$ (gado). Analisando os dados, Kleiber obteve um coeficiente angular de $0,74$ e a seguinte equação $B = 73,3M^{0,74}$, ou seja, obtendo um coeficiente alométrico que contraria a Lei da Superfície de Rubner. Seguidamente, Brody et al.,(1934) refizeram as análises com mais espécies, resultando no gráfico conhecido como “a curva do rato ao elefante” (figura1), confirmando o estudo de Kleiber.

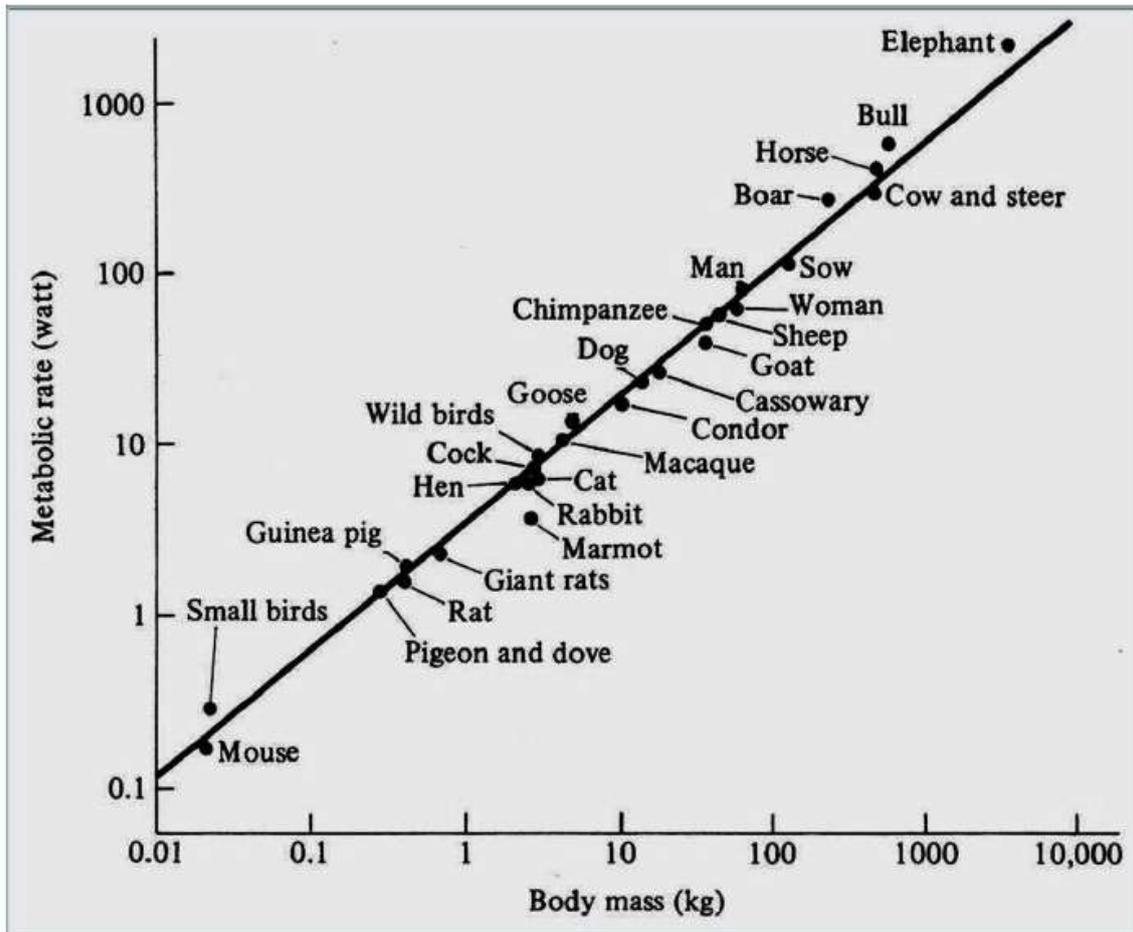


Figura 1: A curva *do rato ao elefante*. A taxa metabólica está em W e a massa em kg. Fonte: (Nielsen, 1984).

O expoente alométrico proposto por Kleiber desvia-se do padrão de Rubner porque o expoente de $2/3$ origina-se de conceitos geométricos, sendo o numerador relacionado à dimensão de superfície e o denominador está relacionado à dimensão de volume, como visto na equação (10). A partir do expoente determinado por Kleiber, West, Brow e Enquist propuseram que o numerador está relacionado com o volume e o denominador está relacionado com uma estrutura de distribuição quadri-dimensional de distribuição de nutrientes, presente em qualquer organismo vivo. A lei de potência múltipla de $1/4$ está presente em diversos fenômenos biológicos como, por exemplo: sistema cardiovascular e respiratório, no padrão de ramificação de árvores, taxas metabólicas, batimentos cardíacos (West et al., 2008). Recentemente, a assim chamada estrutura quadri-dimensional tem sido atribuída a estrutura fractal da rede de artérias, vasos sanguíneos, capilares, etc. que constituem os organismos vivos.

O conceito de fractalidade foi introduzido pela primeira vez na ciência por matemático francês Benoit Mandelbrot. Em seu livro *The Fractal Geometry of Nature* (1982), ele demonstra como caracterizar formas geométricas utilizando dimensões fractais. A geometria fractal surge em meados dos anos 60 e 70, e trata dos conjuntos ou estruturas fractais. Fractais são conjuntos cuja forma é extremamente irregular ou fragmentada e que tem basicamente a mesma estrutura repetindo-se em diferentes escalas do objeto. A origem do termo fractal, introduzido por Mandelbrot, vem do adjetivo *fractus* do verbo *frangere* significa irregular ou quebrado. Mandelbrot, estudou uma gama de formas da natureza e concluiu que todas elas apresentavam determinadas características comuns. Percebeu então que era necessária uma nova abordagem matemática para descrevê-las e analisa-las (Paulo et al., 2012).

Diferente de Mandelbrot, a análise das formas da natureza é realizada a partir do formalismo matemático euclidiano que permite fazer aproximações, como por exemplo, o tronco de uma árvore que tem mais ou menos a forma de um cilindro; os planetas que giram ao redor do Sol representados por esferas de superfície regular e órbitas mais ou menos comparáveis a elipses. Entretanto observa-se que essas características são exceções, diante de inúmeras formas presentes na natureza. Na geometria euclidiana, pergunta-se uma equação que dê conta de descrever com mais fidelidade uma montanha? Uma nuvem? Uma folha de samambaia? Diante desta perspectiva a geometria euclidiana parece inadequada, e a geometria fractal na perspectiva da Ciência da Complexidade, pode proporcionar uma descrição e compreensão de sistemas complexos mais próximos da realidade.

Na geometria Euclidiana as dimensões são definidas considerando o ponto como adimensional ou dimensão zero, a reta como unidimensional, o plano bidimensional, o sólido como tridimensional, como ilustra a figura 3. Os fractais têm dimensão não inteira, isto é, fracionada como o nome sugere. Eles definem o grau de irregularidade do objeto, ou ainda, o espaço que a estrutura do objeto ocupa dentro do espaço métrico. Mas como calcular a dimensão de uma forma fractal?

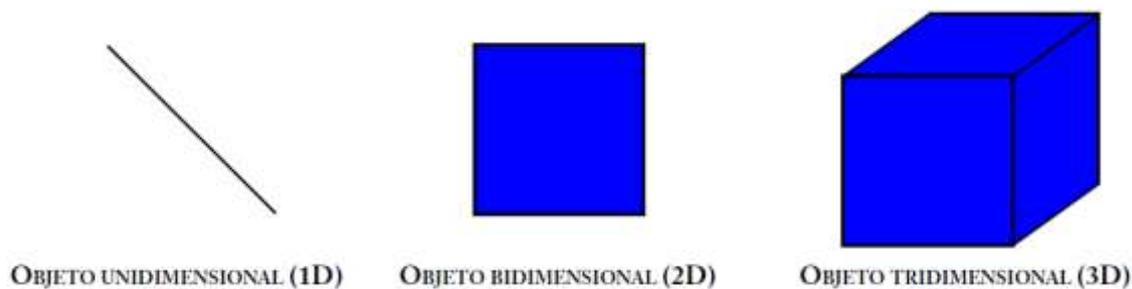


Figura 2: Formas geométricas euclidianas.

Pode-se chegar ao cálculo da dimensão fractal d considerando uma forma geométrica qualquer de tamanho unitário L , dividida em N partes iguais e seja ε o tamanho relativo de cada segmento anteriormente dividido de L , como na equação:

$$N = \left(\frac{L}{\varepsilon}\right)^d \quad (16)$$

Aplicando logaritmo em ambos os lados da equação:

$$\log N_\varepsilon = \log \left(\frac{L}{\varepsilon}\right)^d \quad (17)$$

Isolando d

$$d = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N_\varepsilon}{\log \left(\frac{L}{\varepsilon}\right)} \quad (18)$$

Este é o método denominado cálculo da dimensão de Hausdorff-Besicovitch, para objetos de formas naturais e para objetos chamados geometricamente perfeitos (Peitgen et al., 2004). O número de elementos $N(\varepsilon)$ obtido pela divisão do objeto é dependente do tamanho relativo de cada segmento ε , como na equação 16, em que, a cada nível que se divide o objeto com o segmento E de menor tamanho, aumenta o número de elementos N_ε .

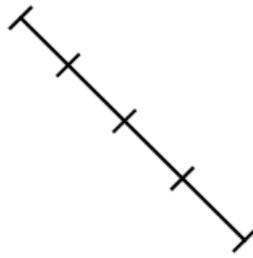


Figura 3: Reta dividida em 4 partes.

Aplicado a uma reta, tem-se:

$$N = 4 \text{ e } \varepsilon = \frac{1}{4} \text{ e}$$

Substituindo na equação:

$$d = \frac{\log 4}{\log \left(\frac{1}{4}\right)} = 1 \quad (19)$$

Para um quadrado:

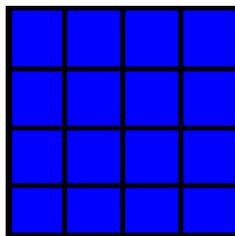


Figura 4: Quadrado dividido em 16 partes.

Tem-se que, $N=16$ e $E=1/4$

Substituindo na equação:

$$d = \frac{\log 16}{\log \left(\frac{1}{4}\right)} = 2 \quad (20)$$

Para um cubo dividido em 64 partes:

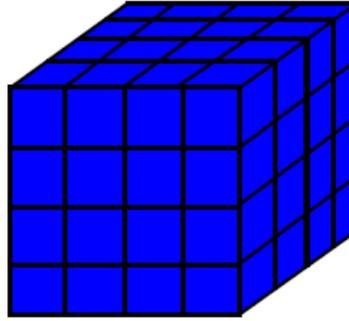


Figura 5: Cubo dividido em 64 partes.

Tem-se $N=64$ e $E=1/4$

Substituindo na equação:

$$d = \frac{\log 64}{\log \left(\frac{1}{4}\right)} = 3 \quad (21)$$

2.1.3 Conjunto de Cantor

O Conjunto de Cantor é considerado um objeto estranho ou fractal, que pode ser obtido inicialmente a partir um segmento de reta de comprimento $L = 1$; repartindo em três partes iguais excluindo o segmento central e, em cada fração de reta formada, repete-se o mesmo processo indefinidamente. A cada etapa para construção do conjunto cantor, são formados $N = 2^n$ segmentos de reta, em que cada $n = 0,1,2,3..$ e o valor do tamanho relativo $\varepsilon = 3^{-n}$ como mostrado na figura:

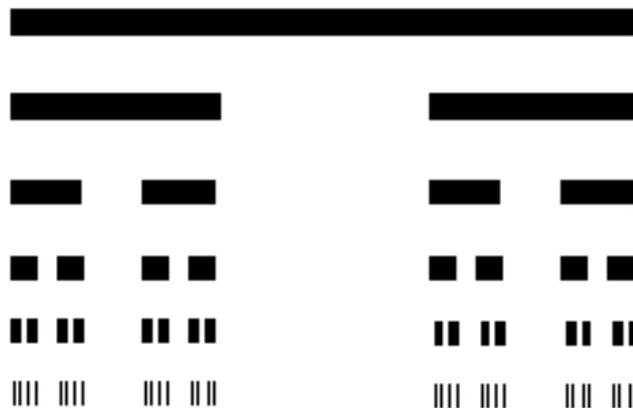


Figura 6: Conjunto de Cantor.

$$d = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\text{Log } N_{\varepsilon}}{\text{Log } (1/\varepsilon)} = \frac{\text{Log } 2^n}{\text{Log } (1/3^{-n})} = \frac{\log 2}{\log 3} \cong 0,631 \quad (22)$$

2.1.4 Curva de Koch

Para esse objeto fractal, em cada etapa de sua construção, semelhantemente ao conjunto cantor, inicialmente toma-se uma reta de tamanho $L = 1$, dividida em três partes iguais e substitui-se o terço médio por dois novos segmentos de comprimento igual aos que restam, como mostrado na figura 5, em cada uma das n etapas são formados $N = 4^n$ segmentos de comprimento $\varepsilon = 3^{-n}$.

$$d = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\text{Log } N_{\varepsilon}}{\text{Log } (1/\varepsilon)} = \frac{\text{Log } 4^n}{\text{Log } (1/3^{-n})} = \frac{\log 4}{\log 3} \cong 1,263 \quad (23)$$

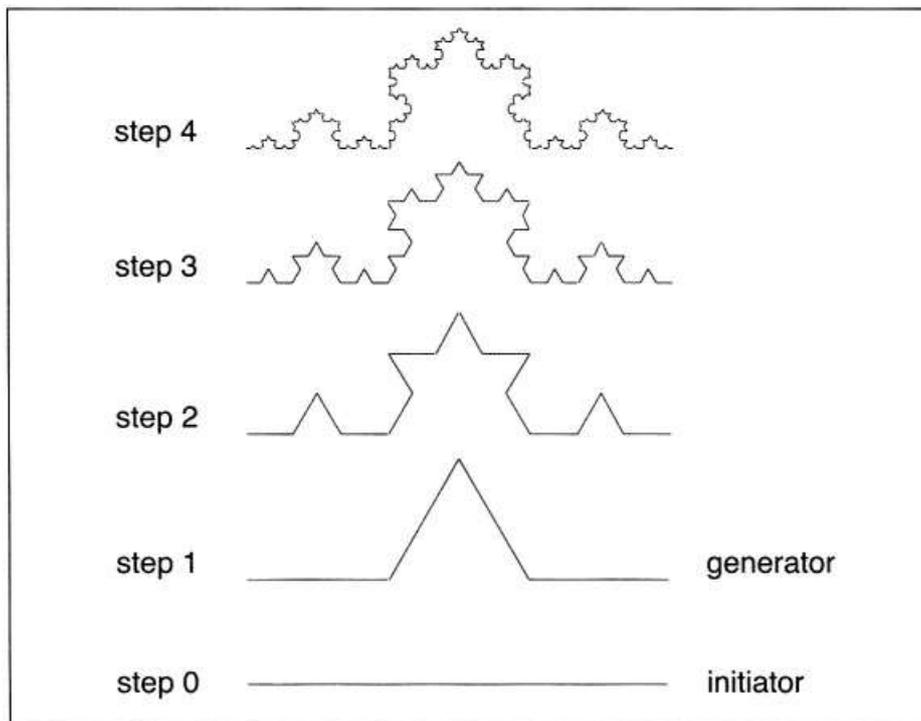


Figura 7: Curva de Koch. FONTE: Peitgen, et al, (2004).

2.1.5 Método box-Counting

O método box-Counting consiste em colocar sobre o objeto analisado uma grade. A seguir, conta-se o número de caixas N que interceptam alguma parte do objeto. Repte-se então o procedimento com uma grade com um número N maior de caixas, consequentemente cada caixa individual possui um tamanho menor. Plota-se um gráfico plano de $\text{Log } N(\varepsilon) \times \text{Log}(1/\varepsilon)$, marcando uma reta nos pontos do gráfico. O coeficiente angular da reta representa a dimensão fractal do objeto, dada por:

$$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Log } (N_{n+1}(\varepsilon)) - \text{Log } (N_n(\varepsilon))}{\text{Log } (1/\varepsilon_{n+1}) - \text{Log } (1/\varepsilon_n)} \quad (24)$$

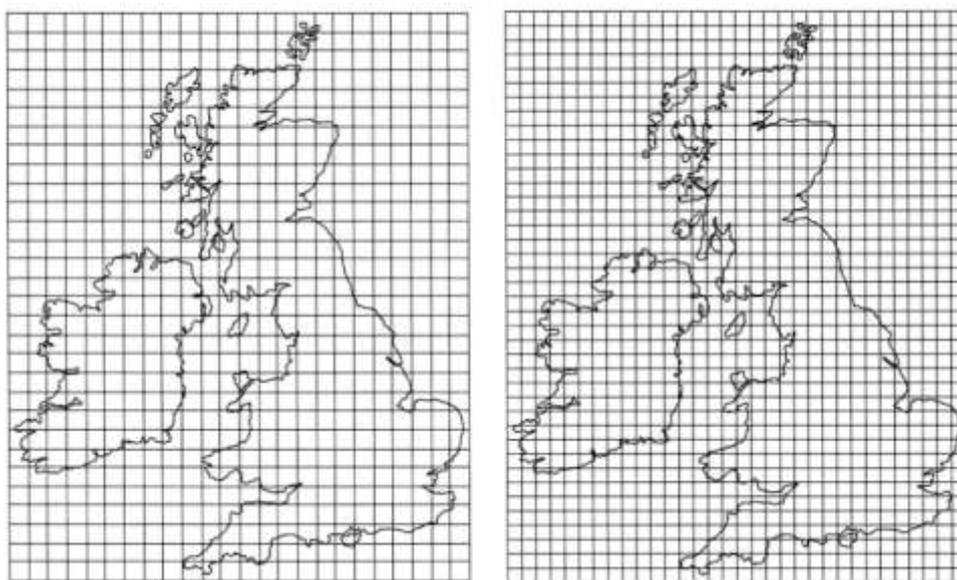


Figura 8: Linhas costeiras da Grã-Bretanha e Irlanda em dois reticulados. FONTE: Peitgen, et al, (2004).

Este método foi utilizado por Morse et al., (1985) na estimativa da dimensão fractal da vegetação, utilizando fotografia de 10 espécies de plantas no campus da universidade de New York, com o objetivo de observar a relação da dimensão fractal das espécies com a distribuição do tamanho do corpo de artrópodes presentes nestas plantas.

2.2 O MODELO DE WEST, BROWN E ENQUIST

Desenvolvido por pesquisadores do *Santa Fé Institute* com o objetivo de melhor entender as relações alométricas inerentes a ecossistemas, esse modelo tem se tornado uma referência importante em estudos que buscam compreender relações entre distribuições de tamanho e metabolismo que configuram *designs* naturais.

Como já citado anteriormente, uma relação alométrica como a quantidade de massa corpórea tem expoente $b \neq 1$. Vários estudos indicavam que uma das variáveis mais importantes para a atividade metabólica é a área superficial do corpo. Modelos teóricos mostram que características biológicas podem ser quantificadas e relacionadas entre si, e explicados com princípios básicos de Física, Química e Biologia (West et al., 2004).

Os trabalhos de Kleiber (1932) e Brody (1934), despertaram o interesse de outros pesquisadores, conduzindo a publicação de outros artigos científicos mostrando a existência de outras relações alométricas com expoentes múltiplos de $\frac{1}{4}$ como: taxa metabólica basal $B = B_0 M^{3/4}$, raio da aorta $r_0 = a M^{3/8}$, frequência cardíaca $\omega = a M^{-1/4}$, frequência respiratória $f_{resp} = a M^{-1/4}$, densidade populacional $k = a M^{-3/4}$, entre outros.

O desafio era entender por que essas relações biológicas são governadas por esta lei de potência múltipla de $\frac{1}{4}$. Os pesquisadores da linha experimental aprimoraram a técnica de coleta de dados, aumentando o intervalo de abrangência dos mesmos. Na linha teórica, surgiram alguns modelos quantitativos baseados em princípios físicos. Um físico e dois biólogos propuseram uma explicação baseada na minimização de energia e na geometria fractal da rede de distribuição de nutrientes. O modelo de West, et al. (1997, p. 122) preve que: “Os seres vivos são sustentados por o transporte de materiais através de redes lineares que se ramificam para fornecer nutrientes a todas as partes do organismo”.

O conceito principal do modelo é a prevalência da lei de potência alométrica proposta por Kleiber ($b = \frac{3}{4}$), que surge da interação entre restrições físicas, biológicas e geométricas implícitas nos seguintes princípios:

1. As redes ramificantes de distribuição de nutrientes são maximizadas através de uma estrutura com um padrão de ramificação fractal que preenche todo o volume do organismo.

2. As grandezas relacionadas à última ramificação da rede, como: capilares, folhas, sistema circulatório de mamíferos, terminam em unidades invariantes, isto é, não dependem da massa.

3. A energia necessária para distribuir os recursos às diversas partes do corpo é minimizada.

O modelo da estrutura de ramificação da rede de distribuição de nutrientes é apresentado como um modelo idealizado, que é descrito por uma rede de tubos (vasos), que diminuem regularmente. Podem ser usados vários exemplos como: sistemas respiratório e circulatório em mamíferos, ou estruturas de feixes vasculares de tubos paralelos em plantas.

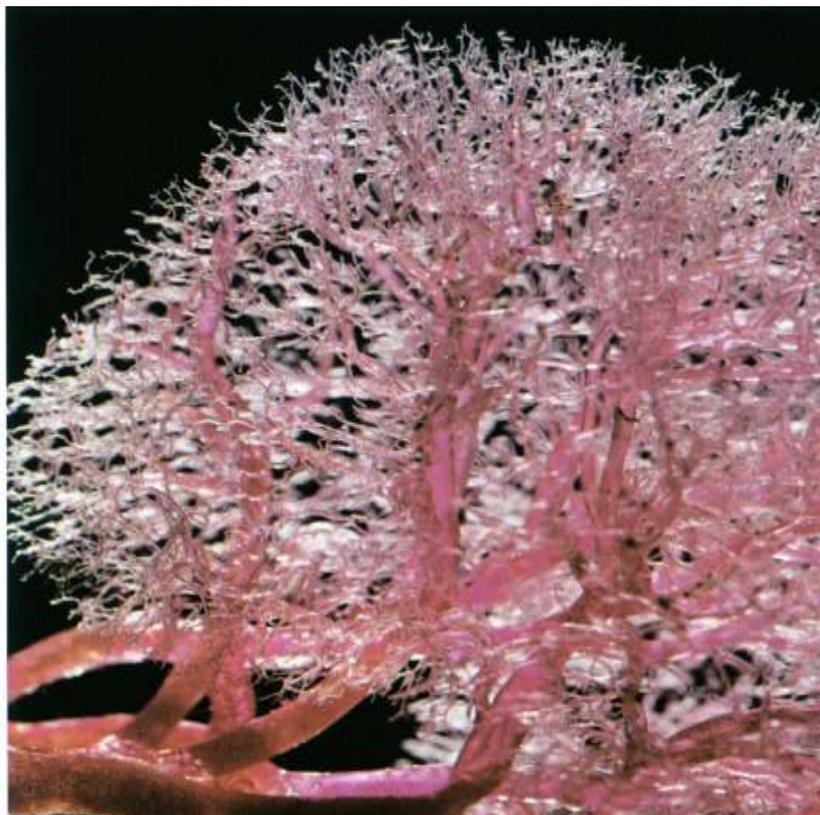


Figura 9: Sistema venoso e arterial do rim. FONTE: Peitgen, et al, (2004).

Algumas características da rede podem variar entre os organismos vivos, os tubos ou vasos podem ser rígidos ou elásticos, o fluido transportado é líquido ou gasoso,

o mecanismo de bombeamento pulsátil (sistema cardiovascular) ou sistema de fole (sistema respiratório), apesar dessas diferenças o modelo prevê que as redes apresentam as mesmas relações de escala.

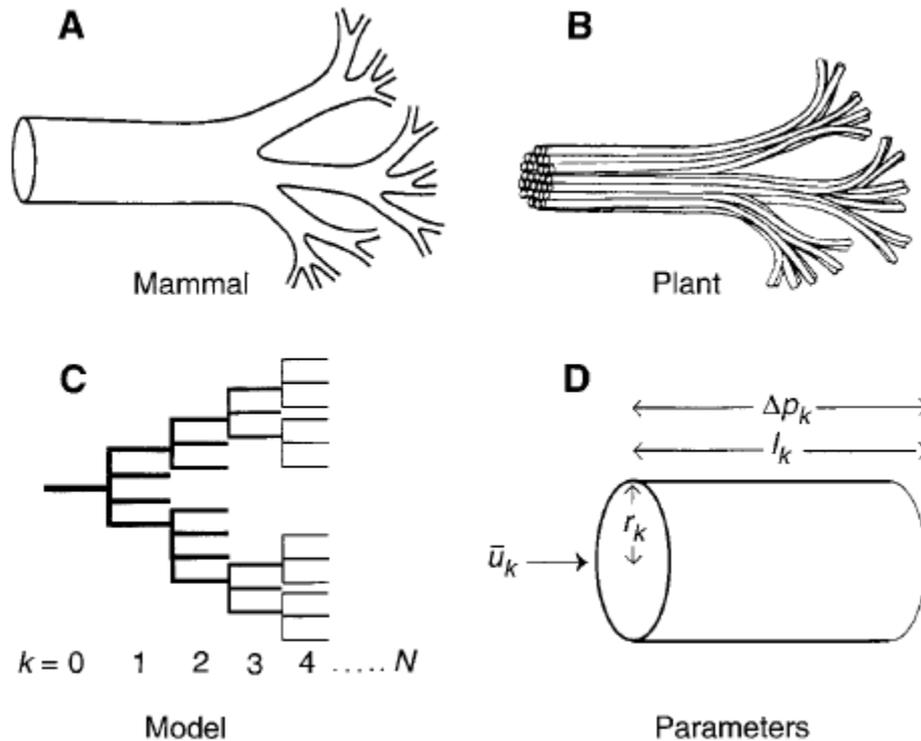


Figura 10: a) A rede de distribuição de nutrientes nos mamíferos, b) nas plantas, c) no modelo de WBE. No item d) estão mostrados os parâmetros do modelo. FONTE: West, et al, (1997).

Para facilitar do entendimento utiliza-se como exemplo o sistema cardiovascular.

A rede é constituída por N ramificações da aorta (nível 0), para os capilares N_c (figura 10c). Cada nível de ramificação é indicado por um índice k , e tem gerações de n_k vasos (tubos) de comprimento l_k , raio r_k (figura 1D). A taxa de volume de sangue fluindo Q_0 em cada nível k é:

$$\dot{Q}_0 = \pi r_k^2 \bar{u}_k \quad (25)$$

Onde \bar{u}_k é a velocidade média do fluxo. A cada nível $k + 1$ o comprimento l_{k+1} e o raio r_{k+1} são menores que os níveis k anterior ($l_{k+1} < l_k$) e ($r_{k+1} < r_k$), descritos pelas seguintes razões $\gamma_k \equiv \frac{l_{k+1}}{l_k}$ e $\beta_k \equiv \frac{r_{k+1}}{r_k}$, que se matém independentemente do nível k , resultando n_k tubos menores em cada ramificação de modo que o número de tubos em uma dada ramificação de nível k será $N_k = n_0 \cdot n_1 \dots n_k$, porque a quantidade de fluxo de sangue se conserva em todo sistema como na equação:

$$\dot{Q}_0 = N_k \dot{Q}_k = N_c \dot{Q}_c = N_c \pi r_c^2 \bar{u}_c \quad (26)$$

O índice c indica parâmetros do níveis terminais da rede (capilares), como (l_c, r_c, \bar{u}_c), e de acordo com a segunda hipótese do modelo, essas quantidades ligadas aos níveis terminais no caso os capilares, são invariantes, isto implica que o fluxo de sangue na aorta é aproximadamente proporcional ao número de capilares N_c .

$$\dot{Q}_0 \propto N_c \quad (27)$$

Como todos processos metabólicos são conduzidos pelo fluxo sanguíneo através da rede do sistema circulatório, que relaciona o fluxo através da rede como na equação:

$$B \propto \dot{Q}_0 \quad (28)$$

Assim o número de capilares N_c é proporcional ao metabolismo B e a Massa M do corpo:

$$B \propto N_c = n_0 \cdot n_1 \dots n_N = n^N \propto M \quad (29)$$

Fazendo uma conexão da massa M com variáveis da rede, se faz necessário obter o volume de sangue V_b , uma vez que $V_b \propto M$.

$$V_b = \sum_{k=0}^N N_k V_k = \sum_{k=0}^N n^k \pi r_k^2 l_k \propto (\gamma \beta^2)^{-N} \quad (30)$$

Em que γ e β , são as razões de escala para o comprimento e o raio de cada vaso da rede. Esta última equação reflete a natureza fractal do sistema.

De acordo esses princípios todas as células precisam ser abastecidas por nutrientes, assim a rede tem que ramificar-se para conseguir atingir todas as partes do organismo. As células e a dimensão dos capilares em mamíferos, a princípio, não dependem da massa (West, et al., 1999). E finalmente, a terceira hipótese é natural: a evolução por seleção natural optou, entre as várias possibilidades, pela rede que menos gasta energia para levar nutrientes às diversas partes do corpo. Os organismos de diferentes tamanhos corporais têm requisitos diferentes de recursos em diferentes escalas. O expoente de um quarto de potência de escala alométrica, é talvez subjacente a toda a diversidade biológica.

3. MATERIAL E MÉTODO

3.1 LOCALIZAÇÃO E DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

Este estudo foi desenvolvido em uma área pertencente a Reserva Particular do Patrimônio Natural (RPPN) do Serviço Social do Comércio (SESC) – na Base Avançada de Pesquisa do Pantanal - Barão de Melgaço a 120 m de altitude (16°29'55.80'' S, 56°24'47.29'' W) (figura 11), a cerca de 160 km de Cuiabá - MT.

A média anual de temperatura do ar é 25,6 °C, a umidade relativa média do ar 73,1%, e a precipitação média anual 1342 mm, com precipitação <50 mm no período seco que corresponde junho a setembro (INMET, 2009). Há duas estações bem definidas no Pantanal, no período de maio a setembro seca, e de outubro a abril, chuvosa (Nunes da Cunha & Junk 2004), o clima definido como Aw segundo Köppen. Segundo Prado et al. (1994), o processo de inundação sazonal é dividido em quatro fases: enchente, cheia, vazante e seca. A sazonalidade das inundações provoca um ciclo de espécies predominantes que se alternam entre terrestres e aquáticas. Algumas espécies são comuns às duas fases (Rebellato, et al, 2005). A Baía das Pedras está delimitada por três formações vegetacionais: mata ciliar, vegetação aquática, campo de pasto.

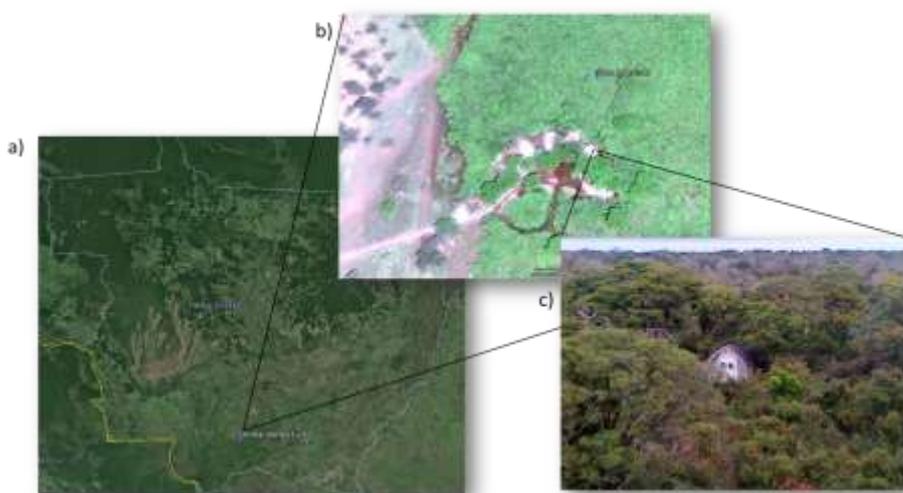


Figura 11: Área de estudo. a) Mato Grosso, b) Centro Avançado de Pesquisas do Pantanal - Reserva Particular do Patrimônio Natural do Serviço Social do Comércio (SESC) – Baía das Pedras – Pantanal, c) Estrato superior da cobertura vegetal da floresta densa na área de estudo. FONTE: Google Earth, (2015).

A área estudada está a aproximadamente 500 m da base de pesquisas avançadas da UFMT, neste local foi estabelecido uma área de 1 m² na mata nativa com uma vegetação homogênea e representativa de toda mata (figura 12). No período de 7 a 8 de novembro de 2014 foram coletadas todas as plantas contidas na área delimitada (5 espécies), independentemente do tamanho, e retiradas do solo quando possível, desde a raiz e levadas para a base de pesquisa para as análises (figura 11b).



Figura 12: Coleta das espécies em uma área delimitado de 1 m² para a coleta de dados.

3.2 DADOS DA ESTRUTURA DA VEGETAÇÃO.

A partir do levantamento da biomassa viva contida em 1 m², os dados coletados foram: altura de árvores e arbustos, comprimento e diâmetro dos galhos, utilizando trena simples capacidade 10 m, 1 paquímetro analógico e 1 digital marca MITUTOYO capacidade 150 mm e resolução 0,05 mm. Já massa úmida de árvores e arbustos foram medidos utilizando 2 balanças: uma analítica marca MARTE modelo AS 5000 C, de capacidade 5000 g e resolução de 0,1 g, outra balança digital marca balmak de capacidade 5000 g e resolução 1 g.

De cada árvore, arbusto e planta, foram medidos a altura (*mm*), peso (*g*), número de folhas, peso total do número de folhas (*g*). As espécies *Enterolobium*

contortisiliquum (Figura 13a) e *Palicourea crocea* (Figura 13b), foram medidos o diâmetro do galho ou caule em dado nível de ramificação da planta d_k (mm), diâmetro do galho ou caule em dado nível seguinte de ramificação da planta d_{k+1} (mm), em um nível de ramificação da estrutura da planta k de ramificação (Figura 14).

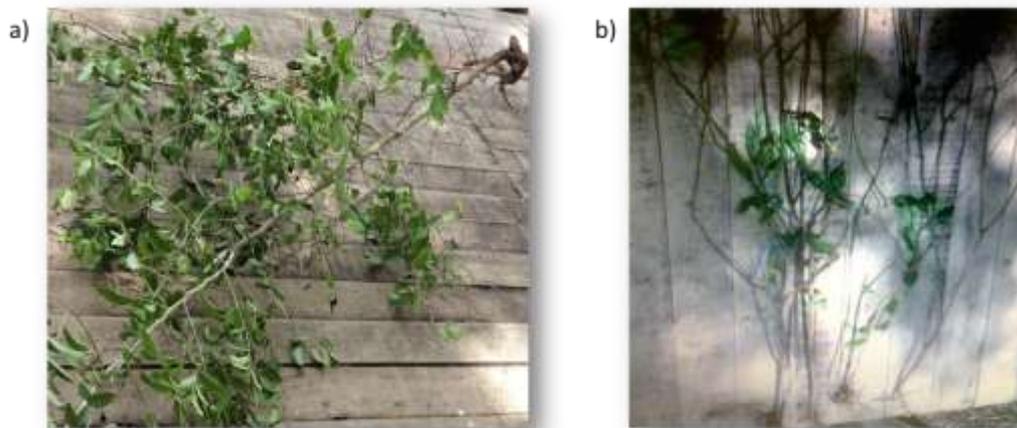


Figura 13: a) espécie *Enterolobium contortisiliquum*, b) espécie *Palicourea crocea*.

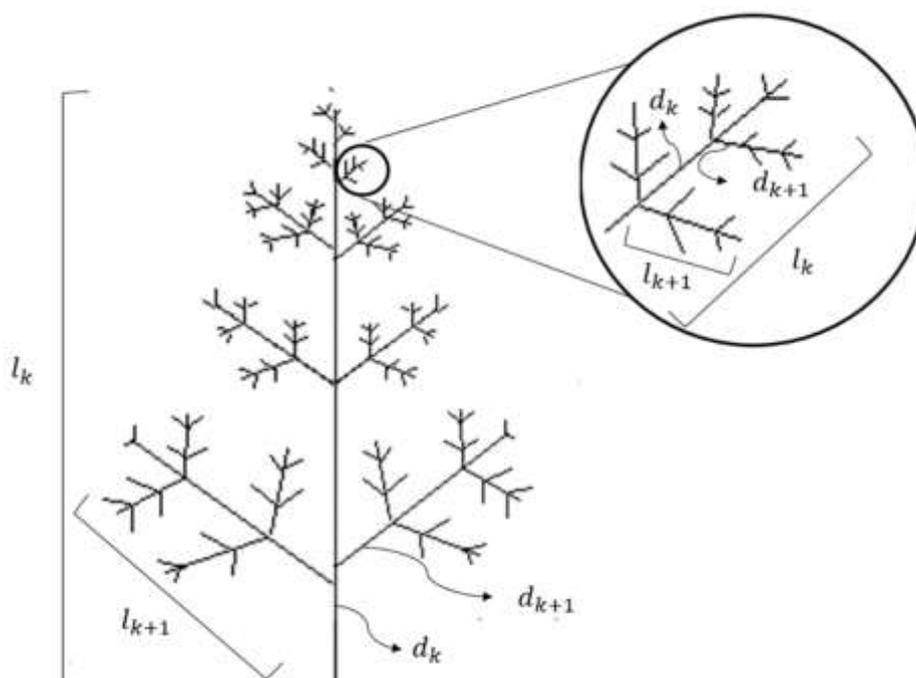


Figura 14: Representação das medidas de diâmetro d_k e d_{k+1} , do comprimento l_k e l_{k+1} dos galhos ou caule da planta, em cada nível de ramificação.

3.3 VERIFICAÇÃO DA AUTO SIMILARIDADE DAS PLANTAS

Com os valores de diâmetro e comprimento foram calculados a razão entre os comprimentos dos galhos ou caule em um dado nível de ramificação γ_k e a razão entre os diâmetros dos galhos ou caule em um dado nível de ramificação β_k , em seguida foi realizada análise de regressão linear entre relações de escala com a ordem das medidas, e que possibilitou caracterizar o nível de similaridade em vários níveis da estrutura das duas espécies de plantas.

A cada nível de ramificação da estrutura da planta k foram determinados as seguintes razões de escala (equações 31 e 32), razão entre os comprimentos dos galhos ou caule em dado nível de ramificação γ_k entre os comprimentos l_k e l_{k+1} , e a razão entre os diâmetros dos galhos ou caule em um dado nível de ramificação β_k entre os diâmetros d_k e d_{k+1} . Em que l_k é o comprimento do galho ou caule em dado nível de ramificação da planta, l_{k+1} o comprimento do galho ou caule em dado nível seguinte de ramificação da planta, d_k o diâmetro do galho ou caule em dado nível de ramificação da planta, d_{k+1} diâmetro do galho ou caule em dado nível seguinte de ramificação da planta (figura 14). Em seguida, foi elaborado um gráfico destas razões com a intenção de observar se a mesmas se mantém independentemente do nível k de ramificação das plantas, caracterizando a auto similaridade própria de uma estrutura fractal (Paulo et al., 2012).

$$\beta_k = \frac{r_{k+1}}{r_k} \quad (31)$$

$$\gamma_k = \frac{l_{k+1}}{l_k} \quad (32)$$

3.4 CÁLCULO DO VOLUME DA ESTRUTURA DE RAMIFICAÇÃO DA PLANTA.

O Volume total da estrutura da planta V_t foi calculado utilizando o modelo proposto por West et al. (1997) de uma rede de ramificação de transporte de recursos em organismos vivos, em que o volume de cada galho e caule foi calculado desde o tronco no nível $k = 0$ até o último nível k que contém galhos com a formação de folhas (figura 15), desconsiderando folhas e frutos, como na equação (33).

$$v_k = \pi r_k^2 l_k \quad (33)$$

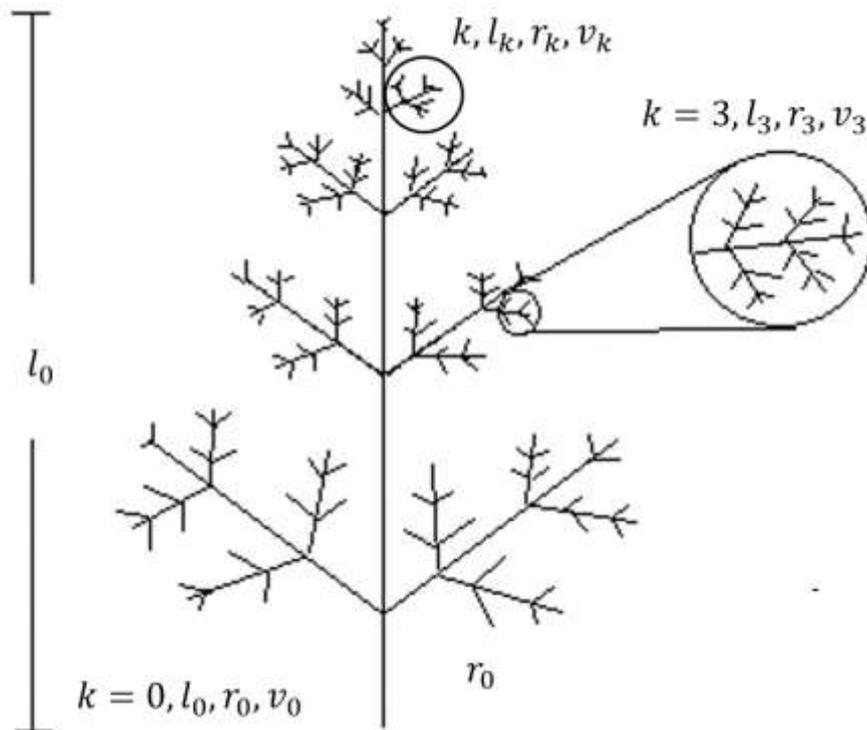


Figura 15: Nível de ramificação da estrutura da planta k , que cada nível tem comprimento l_k (mm), raio r_k (mm), volume do galho v_k mm^3 .

v_k é o volume de cada galho ou caule em dado nível de ramificação descrito na equação em um dado nível k da rede, foi considerado como um cilindro de raio r_k e comprimento l_k (figura 16) medido em milímetros (mm).

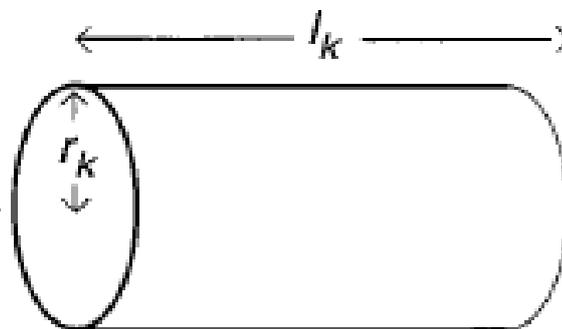


Figura 16: Representação do cilindro de raio r_k e comprimento l_k para a estimativa do volume do galho ou caule.

O Volume total da estrutura da planta V_t , calculado como o somatório do volume v_k dos n_k galhos e caule, para todos os níveis k de ramificação da mesma, é descrito pela equação (34).

$$V_t = \sum_{k=0}^n n_k v_k = \sum_{k=0}^N n_k \pi r_k^2 l_k \quad (34)$$

3.5 CALCULO DA DIMENSÃO FRACTAL D_p

A dimensão fractal D_p , foi obtida pelo método conhecido como Hausdorff-Besicovitch (Mandelbrot, 1982) conforme a equação 38 em que considera-se o Volume total da estrutura da planta V_t (caule e galhos), com o tamanho unitário L , dividida em n cubos iguais de volume v_ε .

$$v_\varepsilon = V_s 10^{-9} \text{ mm}^3 \quad (35)$$

Sendo V_s (mm^3) o volume do espaço na forma de um paralelepípedo ocupado pela planta representado pela figura 17, de altura h (mm), larguras L_1 (mm) e L_2 (mm) conforme equação 36:

$$V_s = h L_1 L_2 \quad (36)$$

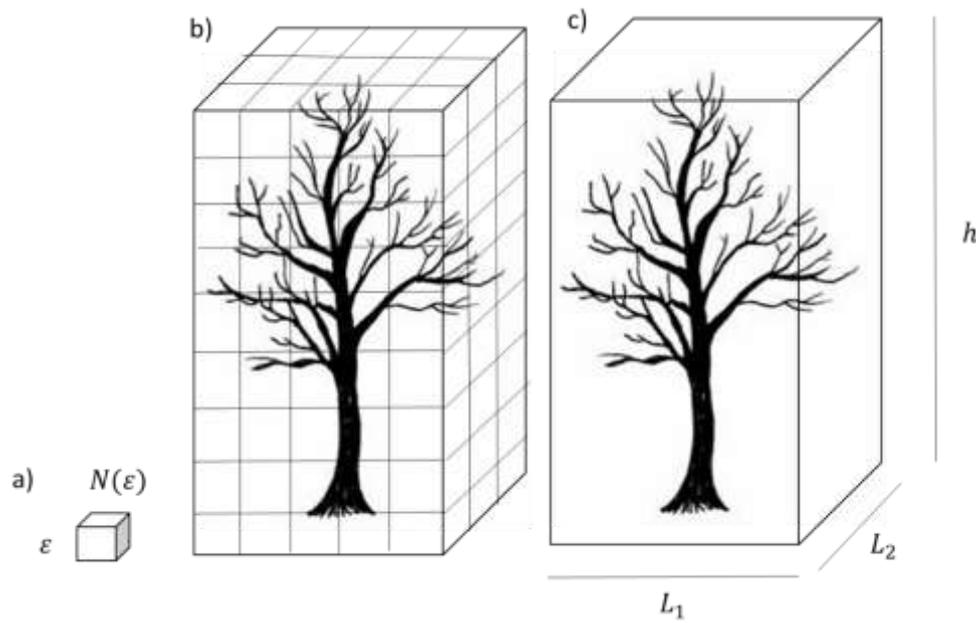


Figura 17: Representação do método de cálculo da dimensão fractal D_p , a) Um cubo $N(\epsilon)$ e fator de redução ϵ , b) Número de caixas $N(\epsilon)$ no volume ocupado pela planta, volume $V_s = hL_1L_2$ do espaço ocupado pela planta.

Considerando a figura 16, o cubo de volume v_ϵ , é uma fração do volume total do espaço ocupado pela da planta (figura 14a), e a aresta ϵ é o tamanho relativo de cada segmento anteriormente dividido de L , para um cubo com um volume de 1 mm^3 - limite confiável na resolução da medida das plantas. Considera-se que desta forma é possível uma melhor aproximação para a contagem de cubos que interceptam todo o volume da planta, como na equação:

$$N = \frac{V_t}{v_\epsilon} \quad (37)$$

Substituindo na equação tem-se:

$$D_p = \frac{\log\left(\frac{V_t}{v_\epsilon}\right)}{\log\left(\frac{1}{\epsilon}\right)} \quad (38)$$

3.6 CARACTERIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DOS DIÂMETROS DOS GALHOS

Para as duas espécies, *Enterolobium contortisiliquum* (figura 13a) e *Palicourea crocea* (figura 13b), obtém-se relações alométricas expressas por funções derivadas de regressões lineares das variáveis transformadas em logaritmos de base 10, expressa pela equação (39). Os coeficientes a e b são parâmetros obtidos por regressão linear simples. Foram realizadas as seguintes relações alométricas entre o número de galhos e diâmetro dos galhos (mm).

$$y = bx + a \quad (37)$$

$$\log y = b \log x + \log a \quad (38)$$

$$y = ax^b \quad (39)$$

4. RESULTADO E DISCUSSÃO

4.1 CARACTERÍSTICAS DA VEGETAÇÃO NO QUADRANTE

A média de altura dos indivíduos amostrados na área é próximo da altura medida para a espécie *Palicourea crocea*. A espécie *Enterolobium contortisiliquum*, foi a com a maior altura medida, e o arbusto 2 apresentou a menor altura. A biomassa úmida variou de 6,8 g a 1994 g (tabela 1).

Tabela 1: Medidas comparativas das características da vegetação da área de 1 m^2 .

Planta	Altura (mm)	Massa (g)	Nº folhas	Massa das folhas (g)	Diâmetro do tronco (mm)
Árvore (<i>Enterolobium contortisiliquum</i>)	3020	1994	1378	264	32
Árbusto1 (<i>Palicourea Crocea</i>)	1545	804	154	127	13,5
Cipó	510	6,8	6	0.8	5,15
Árbusto2*	460	19,9	-	0.9	6,67
Árbusto3*	2120	335	204	54	14,4
Média	1531	631,94	435,5	89,34	14,344
Total	7655	3179,7	1742	446,7	71,72

4.2 RAZÃO DE ESCALA DAS PLANTAS

A razão entre os comprimentos dos galhos γ_k foi calculada de acordo com equação 32 e os dados utilizados na razão γ_k foram obtidos como no esquema representado na figura 14. Os coeficientes a e b são parâmetros obtidos por análise de regressão linear e também foi realizado a média destas razões. A análise de regressão linear para as espécies apresentaram valores próximos de coeficiente a, sendo para a espécie *Enterolobium contortisiliquum* 0,0018 (figura 18) e para a espécie *Palicourea crocea* -0,0228 (figura 19). Isso sugere que ambas compartilham de uma razão de escala comum que reflete as características funcionais e estruturais da rede de ramificação planta. A dispersão dos pontos no gráfico pode advir das irregularidade da superfície dos galhos da planta, de erros na leitura das medidas, e da ocorrência galhos de um dado nível de ramificação posterior $k + 1$, ser maior que um galho de nível anterior k , que

pode também ser observada no maior valor da média da razão γ_k do gráfico da figura 19 em relação ao gráfico da figura 18, devido a uma maior dispersão de alguns pontos.

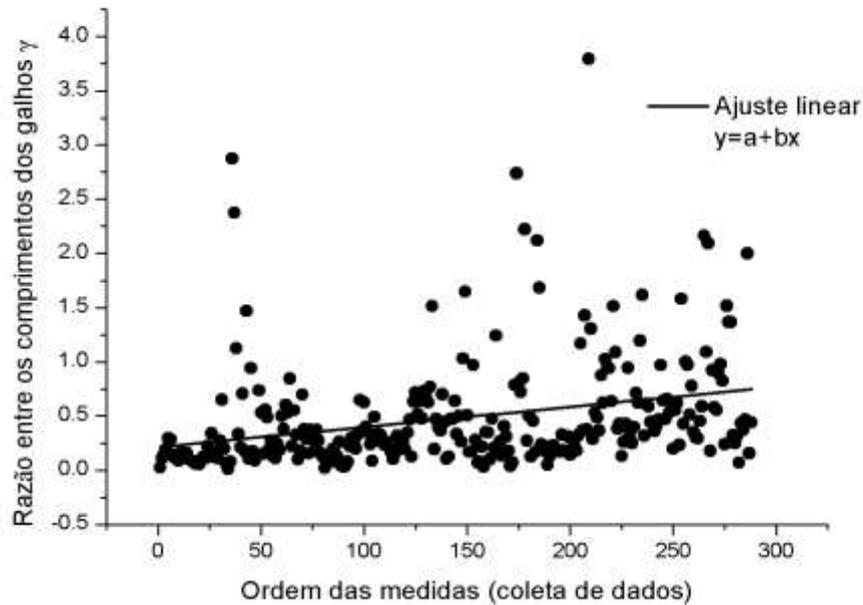


Figura 18: Razão entre os comprimentos anterior e posterior dos galhos da espécie *Enterolobium contortisiliquum* plantas em diversos níveis de ramificação. ($b = 0.00185 \pm 3.43596 \times 10^{-4}$, $a = 0.2142 \pm 0.05728$, média: 0.51944)

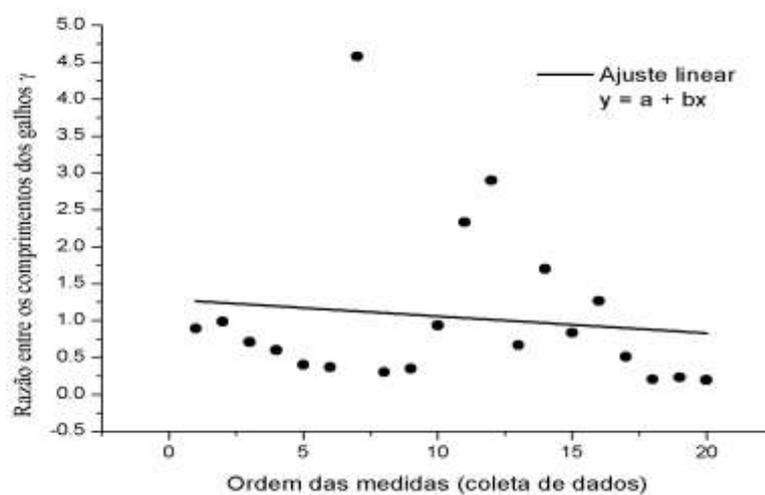


Figura 19: Razão entre os comprimentos dos galhos posterior com anterior à bifurcação da espécie *Palicourea crocea* plantas em diversos níveis de ramificação ($b = -0.022 \pm 0.04339$, $a = 1.2871 \pm 0.51978$, média: 1.0477)

A análise de regressão linear para outra característica estrutural da ramificação dos galhos é a razão entre os diâmetros dos galhos β_k que apresentaram coeficiente angular próximos de zero, e menor dispersão dos dados para as espécies *Enterolobium contortisiliquum* 0,0001 e *Palicourea crocea* 0,0017. Estas características estão de acordo com o modelo proposto por West, et al., (1997), quando considera que essas razões de escala do diâmetro e comprimento dos galhos das espécies analisadas, mantem-se invariante independentemente do nível de ramificação, desde o tronco até o menor dos galhos.

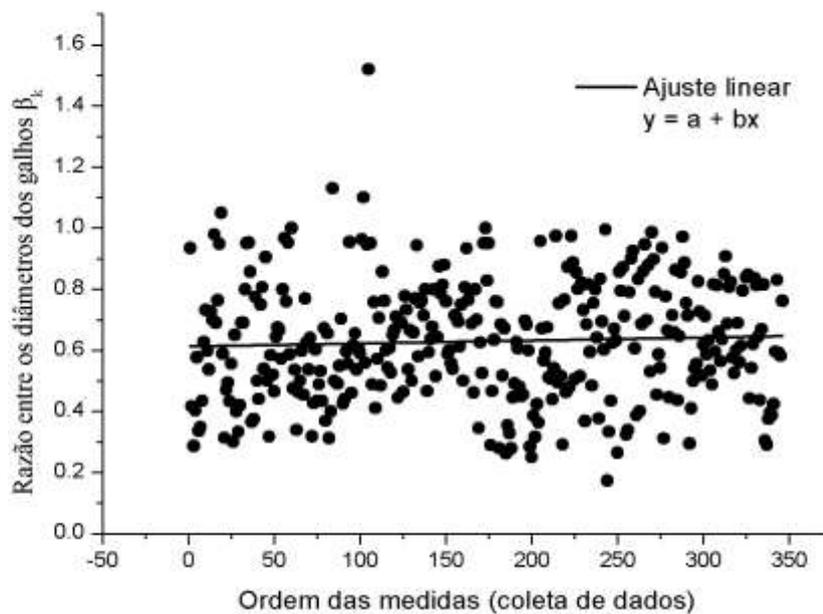


Figura 18: Razão entre os diâmetros dos galhos posterior com anterior à bifurcação da espécie *Enterolobium contortisiliquum* plantas em diversos níveis de ramificação ($b = 9.8188 \times 10^{-5} \pm 1.0589 \times 10^{-4}$, $a = 0.61272 \pm 0.02115$, média: 0.62971).

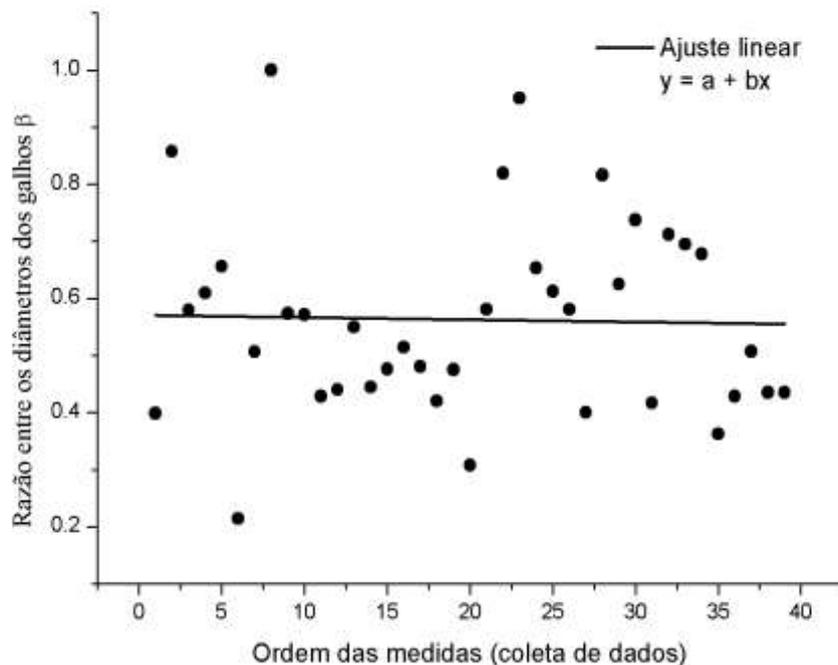


Figura 191: Razão entre os diâmetros dos galhos posterior com anterior à bifurcação da espécie *Palicourea crocea* plantas em diversos níveis de ramificação ($b = -3.99011 \times 10^{-4} \pm 0.00247$, $a = 0.57081 \pm 0.05678$, média: 0.54876).

Quanto à razão entre os diâmetros anterior e posterior a bifurcação, as 2 espécies estudadas apresentaram valores de inclinação da reta semelhantes (figura 20 e figura 21), indicando não ter grandes diferenças neste item da arquitetura desses indivíduos, ao contrário das relações entre os comprimentos dos galhos (figura 18 e figura 19), que tiveram valores de coeficientes lineares diferentes em relação dos coeficientes das relações entre os diâmetros dos galhos.

4.3 ESTIMATIVA DA DIMENSÃO FRACTAL

Como o modelo prevê que a estrutura da planta é uma rede de distribuição de recursos do tipo fractal, realizou-se uma estimativa da dimensão fractal, que permitiu observar características das plantas como objetos fractais, como, nível de irregularidade e complexidade da estrutura das espécies *Enterolobium contortisiliquum* e *Palicourea crocea*. Os valores de volume da estrutura da árvore e arbusto tiveram diferença devido à diferença no porte das plantas que foi observar entre outras características pela diferença de altura dos mesmos. Os valores da dimensão fractal obtidos foram semelhantes ao encontrado por Morse, et al., (1985), pelo método de cálculo box-

counting. Com relação aos valores dimensão fractal das duas espécies, a *Enterolobium contortisiliquum* apresentou maior nível de irregularidade e complexidade que a espécie *Palicourea crocea*.

Tabela 2 - Valores dos cálculos de Volume total da estrutura da planta V_t , tamanho segmento relativo ε , dimensão fractal D_p , número de elemento N , e volume do espaço ocupado pela planta V_s .

Planta	V_t (m ³)	ε	D_p	N	V_s (m ³)
Árvore	0,004372	0,001	2,068808	1608511,896	2,718
Arbusto	0,000557	0,001	1,899878	500764,9	1,1124

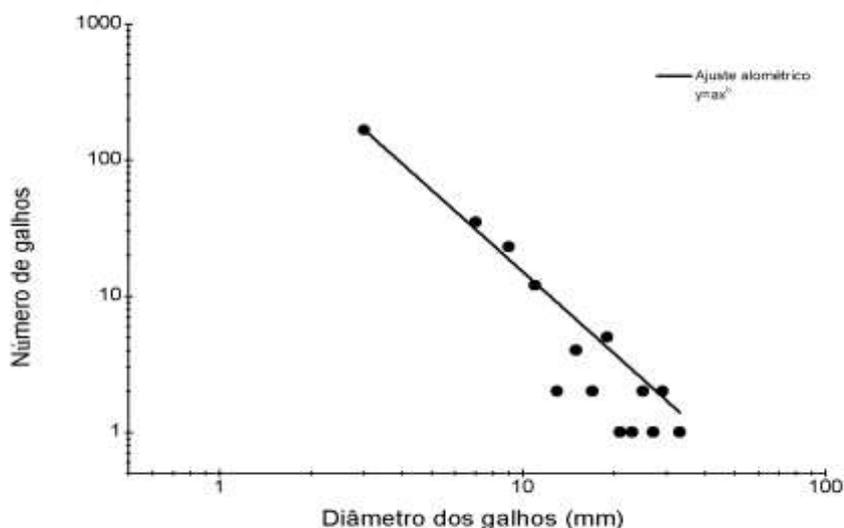


Figura 202: Distribuição de tamanho do diâmetro (mm) dos galhos da espécie *Enterolobium contortisiliquum* ($r^2 = 0.99504, a = 1499,45 \pm 123,03, b = -1.99509 \pm 0.06929$).

Na figura 22 pode-se observar a relação entre o número de galhos e diâmetro dos galhos da árvore idêntica a distribuição dos diâmetros do gráfico da figura 23 para o arbusto, indicando que ambos obedecem a leis de escala alométrica, com a distribuição dos galhos aproximadamente proporcional ao inverso do quadrado do diâmetro dos galhos, indicativo de como as plantas ocupam espaço, usam os recursos e desenvolvem-

se. Propriedades geométricas da arquitetura das plantas foram semelhantes entre os indivíduos, que nos dois casos apresentam maior número de galhos nos diâmetros menores. Os valores r^2 para as espécies foram próximos e significativos para aos dois indivíduos. Foram retirados os pontos (1;0,89) e (173; 2,13) do gráfico da figura 22 e o ponto (1; 1,2) do gráfico da figura 23, considerados como erro de medida do padrão de distribuição de diâmetro dos galhos.

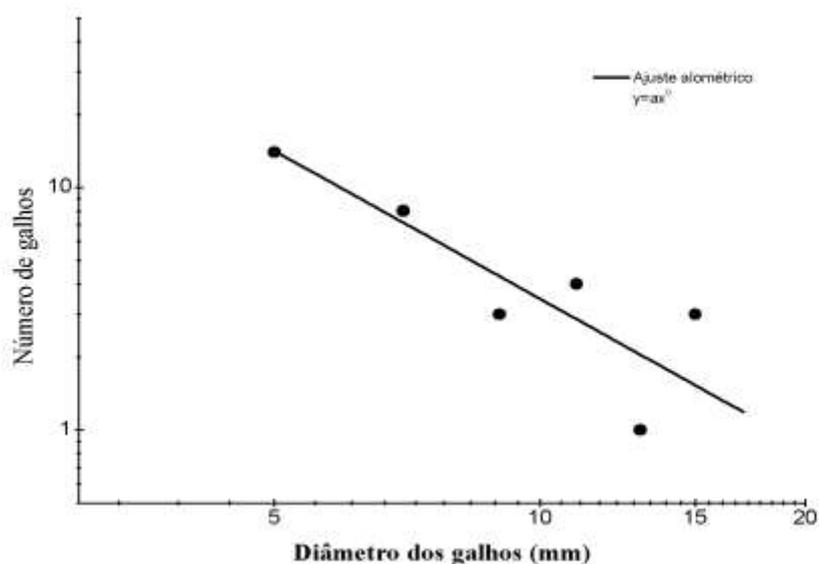


Figura 213: Distribuição de tamanho do Diâmetro (mm) dos galhos da espécie *Palicourea crocea* ($r^2 = 0.9299$, $a = 369,82 \pm 192,14$ $b = -2.02691 \pm 0.29214$).

No trabalho de West et al. (2008), foi realizada análise semelhante de distribuição dos galhos, caule e raízes para três espécies arbóreas, *Cryptomeria. SP*, *Picea. SP*, e *Betula. SP*. Os resultados são apresentados na Figura 24 e representam relações alométricas expressas por funções derivadas de regressões lineares das variáveis transformadas em logaritmos de base 10. Os coeficientes a e b são parâmetros obtidos por regressão linear simples.

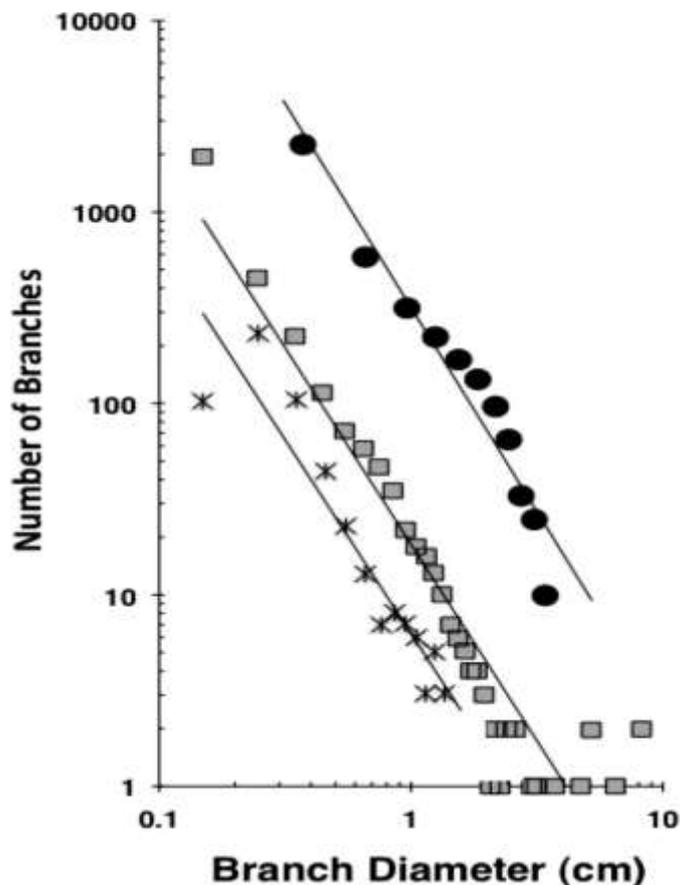


Figura 224: Distribuição de tamanho dos diâmetros (cm) de ramos ou raízes dentro de uma determinada árvore. São mostrados em três árvores, *Cryptomeria sp.* (círculos pretos), *Picea sp* (estrelas), e *Betula sp* (quadrados cinza). Os expoentes b foram respectivamente: -2.13, -2.03, -2.05. Fonte: West et al., (2008).

Observa-se pela figura no gráfico do resultado obtido por West et al.,(2008), que o padrão de distribuição dos diâmetros dos galhos, caule e raiz é indistinguível, e o valor do expoente alométrico b é estatisticamente idêntico para as espécies analisadas. Um resultado semelhante foi encontrado em nosso trabalho, no qual os expoentes alométricos b encontrados foram -1,99 (figura 22) para a espécie *Enterolobium contortisiliquum*, e -2,02 (figura 23) para a espécie *Palicourea crocea*. Isso indica que mesmo espécies distintas e de diferentes climas apresentam padrões estruturais semelhantes de ramificação, isto é, a rede de distribuição de recursos é semelhante.

4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O objetivo central desta pesquisa é aplicar o modelo proposto por West et al., (1997) de relações de escala e leis de potência alométricas, que são características de quase todos os organismos vivos. Verificou-se tal característica na análise da relação entre os comprimentos dos galhos (figura 18) e (figura 19), representa uma característica estrutural semelhante de auto-similaridade nas espécies analisadas. Já os comprimentos dos galhos crescem em proporções diferentes para cada espécie, como observado na diferença entre os coeficientes lineares. Acerca das razões entre os diâmetros dos galhos anterior com o posterior a cada bifurcação da planta analisada, é possível inferir que cada galho posterior a bifurcação representa em média 62% do tamanho do diâmetro do galho anterior para a árvore, valor próximo ao encontrado para o arbusto, de 55% (figura 20 e 21). Além disso estimou-se a dimensão fractal para os dois indivíduos pelo método da Dimensão de Hausdorff, sendo essa uma importante característica do nível de irregularidade do objeto fractal no caso as plantas estudadas. Os valores estimados da dimensão fractal para as espécies *Enterolobium contortisiliquum* e *Palicourea crocea* foram respectivamente 2,06 e 1,988 comparando com os valores encontrados por Morse, et al, (1985): $1,79 \pm 0,093$ para a planta *Cotoneaster horizontalis decaisne* (figura 27 a) e $1,68 \pm 0,099$ para a espécie (*Yew Taxus Baccata*) (figura 27 b), e outras espécies 8 espécies com dimensão fractal entre 1,28 a 1,79 obtidos pelo método *Box Counting*. Duas espécies podem ser visualizadas na figura 27, abaixo.



Figura 23: Espécies a) (*cotoneaster horizontalis decaisne*) e b) (*yew taxus baccata*) utilizadas para a estimativa da dimensão fractal pelo outro método Box-Counting conforme Morse, et al, (1985).

5. CONCLUSÃO

Nesta dissertação de mestrado foi investigada a relação de entre o tamanho e forma de espécies da vegetação, aplicando o modelo teórico proposto por West et al (1997), em uma localidade em mata de galeria localizada no Norte do Pantanal Mato-grossense.

A partir do levantamento da biomassa viva contida em 1 m² da área de estudo, observou-se a possível existência de um padrão de auto similaridade estrutural nas plantas. Foi estimada a dimensão fractal possibilitando caracterizar a geometria do objeto fractal (plantas), e ainda, foram analisadas as distribuições dos diâmetros, que permitiram observar a característica estrutural e funcional da árvore e do arbusto. Algumas conclusões podem ser extraídas dessa pesquisa:

1. O percentual de biomassa viva na área delimitada de 1 m², foi de 87,61% de galhos e troncos das plantas, e 12,39% de biomassa das folhas do total medido, em que, 63% biomassa desse total foi da árvore e 25% arbusto.
2. A relação entre os comprimentos posterior dividido pelo comprimento anterior a cada bifurcação da árvore e do arbusto tiveram o coeficiente angular próximo de zero indicando um padrão de auto-similaridade estrutural para ambos. Porém a média das relações dos comprimentos dos galhos não foram próximos, que pode ter relação com a diferença estrutural dos tamanhos dos galhos entre as espécies árvore e arbusto.
3. Foi possível obter os valores dos coeficientes angulares próximos para relação entre os diâmetros posterior dividido pelo anterior a cada bifurcação da árvore e do arbusto, que indica um padrão de auto-similaridade estrutural para os diâmetros dos galhos, em que de cada galho posterior a bifurcação representa 61% e 51% do tamanho do diâmetro do galho anterior a bifurcação para a árvore e arbusto respectivamente.
4. A estimativa da dimensão fractal para a árvore e arbusto, indica o nível de irregularidade do espaço ocupado por ambos, caracterizando a geometria fractal das plantas analisadas, cujos resultados podem ser comparados com o trabalho de Morse et al. (1985).

5. A análise das distribuições dos tamanhos dos diâmetros dos galhos para a árvore e o arbusto tiveram distribuição de dados semelhantes, com maior ocorrência de galhos com diâmetros menores, indicando que o número de galhos é inversamente proporcional ao diâmetro dos galhos.
6. Podemos inferir que encontramos as mesmas características estruturais e funcionais para a árvore e o arbusto proposta no modelo de West, Brown e Enquist, em que as plantas analisadas representam uma rede de distribuição de recursos auto similar na mata da Baía da Pedra no Pantanal.

É importante considerar que esse trabalho é fundamentado pela teoria da Complexidade, cujos conceitos, princípios e ideias oferecem uma perspectiva diferente da ciência cartesiana. Aqui, procura-se investigar os sistemas abertos, que se auto-organizam numa dinâmica de troca de informação, energia, matéria e momento sem um controle central mas que nos parece ser o fundamento da manutenção da vida. A próxima etapa consiste em extrapolar o método para a compreensão do design da floresta e a sua influência no clima.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIUDES, M.S.; CAMPELO JÚNIOR, J.H.; NOGUEIRA, J.S.; SANCHES, L. **Estimativa do balanço de energia em cambarazal e pastagem no norte do pantanal pelo método da razão de bowen.** Revista Brasileira de Meteorologia, v.24, n.2, 135-143, 2009.

BIUDES, M.S.; NOGUEIRA, J.S.; DALMAGRO, H.J.; MACHADO, N.G.; DANELICHEN, V.H.M.; SOUZA, M.C. **Mudança no microclima provocada pela conservação de uma floresta de cambará em pastagem no norte de Pantanal.** Revista de Ciências Agro-Ambientais, v.10, n.1, p.61-68, 2012.

CUNHA, C.N.; JUNK, W.J. **Year-to-year changes in water level drive the invasion of *Vochysia divergens* in Pantanal grasslands.** Applied Vegetation Science 7: 103-110, 2004.

JUNK, W. J., P. B. BAYLEY and R. E. SPARKS, 1989. **The Flood Pulse Concept in River-Floodplain-Systems.** Canadian Special Publications for Fisheries and Aquatic Sciences **106**: 110–127.

Mandelbrot B. B. **The fractal geometry of nature.** 1. ed. New York, USA: W. H. Freeman and Company, 1982. 469p.

MELLO G. J; PAULO, I. J. C; PAULO, S. R.; GOMES, R. S. R.; MACHADO, N. G.; NOGUEIRA, J. S.; BIUDES, M. S. Variabilidade sazonal e interanual da dimensão fractal de séries de temperatura e umidade relativa da Amazônia e Pantanal. **Redalyc.** v38, n 11 Caracas :, 2013. - 11 : Vol. 38.

MORSE D. R; LAWTON, J. H; DODSON, M. M; WILLIAMSON, M. H. Fractal dimension of vegetation and the distribution of arthropod body lengths. **Nature Publishing Group** - New York, USA, v 314, 1985.

NIELSEN S. **Scaling: Why is Animal Size so Important?**. Cambridge : Librarian, 1984.

NUNES DA CUNHA C E JUNK W.J. Year-to-year changes in water level drive the invasion of *Vochysia divergens* in Pantanal grasslands. Cuiabá, MT: **Applied Vegetation Scienc**, 2004.

Paulo, I. J. C.; Neto, M. J.; Paulo S. R. **Introdução a Teoria da Complexidade**. Cuiabá, MT : **EdUFMT**, 2012.

Peitgen, H.; Jürgens, H.; Saupe, D. **Chaos and Fractals**. New York: Springer, 2004.

REBELLATO, L.; CUNHA C. N. Efeito do “fluxo sazonal mínimo da inundação” sobre a composição e estrutura de um campo inundável no Pantanal de Poconé, MT, Brasil. Cuiabá, MT: **Acta bot. bras**, 2005.

RUBNER, M. Uber den Einfluss der Korpergrosse auf Stoff-und. Munich: **Zeitschrift fur Biologie**, v19, p. 535-562, 1883.

SAVAGE V. M.; GILLOOLY, J. F.; BROWN, J. H.; WEST, G. B.; CHARNOV, E. L. Effects of Body Size and Temperature on Population Growth. New Mexico: **The American Naturalist**, 2003.

SILVA, J. S. V.; ABDON, M. M. **Delimitação do Pantanal Brasileiro e suas Sub-regiões**. Pesq. Agropec. Bras., Brasília, v. 33, Número Especial, p. 1703-1711, out. 1998.

SAVAGE V. M.; GILLOOLY, J. F.; BROWN, J. H.; WEST, G. B.; CHARNOV, E. L. Effects of Body Size and Temperature on Population Growth. New Mexico: **The American Naturalist**, 2004.

TYREE, M. T.; ZIMMERMANN M. H. Xylem Structure and the Ascent of Sap. New York: **Springer Science & Business Media**, v 2, 2002.

WEST, G. B.; GILLOOLY, J. F.; ALLEN, A. P.; SAVAGE, V. M. TOWARD. A metabolic theory of ecology. New Mexico: **The Ecological Society of America**, 2004.

WEST, G. B.; BROWN, J. H.; ENQUIST, B. J. A General Model for the Origin of Allometric Scaling Laws in Biology. Santa Fe: **SCIENCE**, 1997.

WEST, G. B.; BROWN, J. H.; ENQUIST, B. J. The Fourth Dimension of Life: Fractal Geometry and Allometric Scaling of Organisms. New York: **Science**, 1999.

WEST, G. B.; ENQUIST, B. J.; BROWN, J. H. A general quantitative theory of forest structure. Tucson: **PNAS**, 2008.

APÊNDICE A – TABELA DAS MEDIDAS DOS GALHOS

Espécie: *Enterolobium contortisiliquum* (Ximbuva)

Nível de ramificação o k	Diâmetro do galho nível k (mm)	Diâmetro do galho nível k+1 (mm)	Comprimento do galho (mm)	Comprimento da base até o galho (mm)	Nível (k - k+1)	Comprimento do galho nível k (mm)	Comprimento do galho nível k+1 (mm)
0	32						
1	32	29.89	2930	NA	0-1	2930	80
2	15.35	6.4	80	1710	0-1	2930	340
2	6.1	1.75	22	20	0-1	2930	430
2	6.45	2.6	52	35	0-1	2930	580
2	5.2	3	16	55	0-1	2930	860
2	5.5	1.85	5.5	70	0-1	2930	840
2	5.75	2	1	95	0-1	2930	410
2	5.3	2.3	6.6	115	0-1	2930	340
2	4.54	2.85	230	140	0-1	2930	400
2	4.1	3	190	170	0-1	2930	265
2	4.1	2.45	90	170	0-1	2930	480
3	2.7	1.45	70	78	0-1	2930	400
3	2.75	2	100	128	0-1	2930	390
3	2	1.4	16	190	0-1	2930	470
3	2.4	2.35	130	200	0-1	2930	300
3	2.9	2	72	35	0-1	2930	270
3	2.75	2.1	11.5	60	0-1	2930	230
3	2.9	2.75	145	55	0-1	2930	180
3	2	2.1	60	160	0-1	2930	250
1	17	10	340	1760	0-1	2930	165
2	9.9	3.1	113	13	0-1	2930	275
2	8.5	4	72	25	0-1	2930	360
2	8.1	4	240	120	0-1	2930	330
2	8.1	3.5	61	120	0-1	2930	650
2	9	5	500	180	0-1	2930	530
2	6	1.8	36	210	0-1	2930	990
2	6	3.9	320	255	0-1	2930	362
2	5	2	59	270	0-1	2930	490
2	6	2	31	320	0-1	2930	330
2	5	2.1	46	340	1-2	80	22
2	5.8	4	250	340	1-2	80	52
2	5.8	4	180	340	1-2	80	16
3	2.5	2	115	132	1-2	80	5.5
3	2	1.9	117	170	1-2	80	1
3	2.1	2	13	190	1-2	80	6.6
3	2.1	1.8	80	230	1-2	80	230

3	4.1	1.5	54	80	1-2	80	190
3	4	1.5	68	190	1-2	80	90
3	3.1	2.4	105	58	1-2	340	113
3	4	2	140	38	1-2	340	72
3	5	2.2	200	68	1-2	340	240
3	4	3	150	96	1-2	340	61
3	3.1	2.5	117	134	1-2	340	500
3	3.9	2.1	95	150	1-2	340	36
3	2.1	1.9	52	166	1-2	340	320
1	15	7.5	430	1790	1-2	340	59
2	6	1.9	65	77	1-2	340	31
2	6	3.5	240	94	1-2	340	46
2	5	2.6	210	190	1-2	340	250
2	4.3	2	85	240	1-2	340	180
2	4.5	2.9	117	250	1-2	430	65
2	4	2.7	54	255	1-2	430	240
2	3.6	2.4	47	355	1-2	430	210
2	3.5	2	106	370	1-2	430	85
2	3	2.4	81	402	1-2	430	117
2	3	2.9	215	425	1-2	430	54
3	2.5	1.9	39	71	1-2	430	47
3	2.1	2	25	50	1-2	430	106
3	2.9	1.7	55	73	1-2	430	81
3	2	2	66	48	1-2	430	215
1	14.1	6.7	580	1840	1-2	580	220
2	6.35	3.4	220	100	1-2	580	350
2	5.6	1.9	350	115	1-2	580	310
2	4.1	1.9	310	210	1-2	580	490
2	4	2	490	245	1-2	580	129.5
2	4.1	2.45	129.5	305	1-2	580	320
2	4.4	2	320	325	1-2	580	190
2	3.25	2.5	190	350	1-2	580	59
2	3.2	2	59	480	1-2	860	155
3	2.7	1.45	130	160	1-2	860	600
1	14.2	9.1	860	1920	1-2	860	325
2	8.5	2.7	155	170	1-2	860	250
2	8.8	3.75	600	92	1-2	860	132
2	7.8	4.7	325	130	1-2	860	320
2	7.6	3.3	250	220	1-2	860	146
2	8.6	4.2	132	260	1-2	860	240
2	8.65	4.6	320	280	1-2	860	320
2	6	2.6	146	320	1-2	860	235
2	6.4	4.3	240	390	1-2	860	136
2	5.7	2.1	320	440	1-2	860	105
2	6.1	4	235	400	1-2	860	18

2	6.4	2	136	450	1-2	860	90
2	6	2.4	105	460	1-2	860	71.7
2	5	5.65	18	515	1-2	860	67
2	5.2	2.6	90	530	1-2	860	170
2	4.85	2.4	71.7	570	1-2	860	120
2	5.2	2.55	67	590	1-2	840	110
2	5.1	2.8	170	630	1-2	840	220
2	3.7	2.6	120	48	1-2	840	38.5
3	4	1.7	26	230	1-2	840	27.5
3	4.1	1.8	43	310	1-2	840	32
3	3.35	2	24.4	350	1-2	840	66
3	2.7	1.5	32.5	520	1-2	410	91
3	2.2	2.1	66.1	600	1-2	410	123
3	5	2.3	102	84	1-2	410	105
3	3	1.85	15.5	118.5	1-2	410	82
3	2.9	1.9	29	125	1-2	340	110
3	4.1	2.2	103	154	1-2	340	220
3	3.3	2	55.8	180	1-2	400	145
3	3.3	1.95	19.7	220	1-2	400	250
3	2.7	2.6	114.3	300	1-2	400	160
3	2	2.2	94.4	320	1-2	400	140
3	3.4	1.9	24.1	116.5	1-2	400	95
3	2.75	2.6	21.05	126	1-2	265	23
3	1.25	1.9	20	140	1-2	265	130
3	2	1.9	82	119	1-2	265	82
3	4.1	2	17	66	1-2	265	89
3	3.3	2.5	109.6	111	1-2	480	156
3	3.9	1.6	38	145	1-2	480	123
3	3.5	2	66	160	1-2	480	113
3	3.4	2.4	66	185	1-2	480	127
3	3.1	1.5	54.5	270	1-2	480	103
3	2.8	2.4	81.5	290	1-2	480	83
3	2.1	1.6	15	300	1-2	400	42
3	3	1.8	28	45	1-2	390	62
3	3.5	1.9	94	60	1-2	390	125
3	2.8	1.7	46	94	1-2	390	115
1	11	5.8	840	2270	1-2	300	73
2	4	2.6	110	280	1-2	300	82
2	4.5	3	220	340	1-2	300	58
2	3.1	2.2	38.5	660	1-2	300	104
2	4.5	2	27.5	673	1-2	230	107
2	2.9	2	32	683	1-2	230	29
2	2.9	2	66	697	1-2	180	114
1	11	5.1	410	2300	1-2	250	180
2	4.5	3.5	91	220	1-2	250	130

2	3	2.2	123	245	2-3	250	160
2	4.1	2.2	105	275	2-3	130	62
2	3	2	82	323	2-3	130	95
1	11	5.5	340	2310	2-3	160	110
2	4.1	2.7	110	270	1-2	165	103
2	3.9	3	220	340	1-2	165	127
1	10.5	9.9	400	2360	1-2	165	250
2	5	2.9	145	155	2-3	127	25
2	4.1	3.1	250	215	1-2	275	130
2	3.8	2.9	160	250	1-2	275	110
2	3.5	2.5	140	300	1-2	275	100
2	2.5	2	95	335	2-3	110	77
1	9	4.2	265	2430	1-2	360	160
2	3.2	1.9	23	109	1-2	360	38.5
2	3.3	2.1	130	155	1-2	360	45.6
2	3.1	2.1	82	200	1-2	360	170
2	2.5	2	89	220	1-2	360	170
1	9.9	5.1	480	2520	1-2	360	230
2	4.2	2.7	156	925	1-2	360	120
2	3.2	2.8	123	450	1-2	360	180
2	2.8	2.2	113	460	1-2	360	95
2	2.7	2.2	127	465	2-3	170	175
2	2.5	2.2	103	470	2-3	170	280
2	2.5	1.9	83	470	2-3	180	91
1	8.5	5	400	988	1-2	330	56.2
2	3.5	2.1	42	124	1-2	650	110
1	8.8	4.9	390	2670	1-2	650	630
2	3.9	2.1	62	50	1-2	650	180
2	3.5	2.5	125	90	1-2	650	46
2	3.1	2.2	115	170	1-2	650	52.2
1	7.2	5	470	2730	1-2	650	140
1	8	4.9	300	2840	1-2	650	22
2	4	3	73	155	1-2	650	230
2	4	2	82	155	1-2	650	225
2	3.1	2.5	58	230	2-3	630	63.1
2	3	2.8	104	250	2-3	630	300
1	5.1	3.9	270	2920	2-3	630	130
1	5.1	4.05	230	2960	2-3	46	57.1
2	3.2	2.2	107	44	2-3	225	40.5
2	3.9	1.8	29	62	1-2	530	140.6
1	5	4	180	3020	1-2	530	69.4
2	4	2.8	114	57	1-2	530	215
1	18	6.2	250	1280	1-2	530	165
2	4	2.5	180	180	1-2	530	96.8
2	4	2.1	130	195	1-2	530	21.5

3	2	1.9	62	50	1-2	530	39
3	2	2	95	80	2-3	140.6	110.7
2	3.5	2.9	160	240	2-3	69.4	190
3	2	1.9	110	120	2-3	215	174
1	19	5.5	165	1300	2-3	215	155
2	4.5	2.1	103	69	2-3	165	140
2	4.1	2.6	127	93	2-3	96.8	215
3	2.5	1.9	25	28	2-3	215	59
2	3.3	2.5	250	109	2-3	390	195
1	25.7	7.19	275	570	2-3	390	49.3
2	5.98	4.1	130	160	3-4	140	63.9
2	6.98	3.61	110	170	3-4	215	35.9
2	7.07	4.75	100	325	3-4	59	125
3	5.94	1.56	77	320	3-4	49.3	83
1	27.2	9.63	360	670	1-2	990	235
2	8.88	2.91	160	29.6	1-2	990	220
2	7.88	2.19	38.5	75.5	1-2	990	175
2	7.63	3.4	45.6	150	1-2	990	51.4
2	7.11	3.49	170	200	1-2	990	130
3	2.82	1.77	175	145	1-2	990	220
3	2.82	1.71	280	145	1-2	990	225
2	5.93	2.84	170	270	1-2	990	200
2	6.47	2.91	230	297	1-2	990	175
2	6.42	2.92	120	322	1-2	990	170
2	5.32	3.71	180	345	1-2	990	325
3	3.55	2.43	90	121	1-2	990	185
2	5.35	3.21	95.2	349	1-2	990	180
1	28.11	8.01	330	750	1-2	990	309
2	6.55	1.64	56.2	235	1-2	990	142.3
1	23.1	8.92	650	1100	1-2	990	190
2	8.98	2.84	110	60.6	1-2	990	245
2	8.47	3.59	630	87.4	1-2	990	180
3	3.83	1.39	63.1	32	1-2	990	320
3	2.78	2.66	300	340	2-3	235	275
3	2.68	1.8	130	340	2-3	175	64
2	4.94	2.8	180	360	2-3	175	250
2	4.89	2.9	46	390	2-3	175	66
3	1.97	1.33	57.1	23.3	2-3	51.4	195
2	6.42	3.28	52.2	530	2-3	51.4	67.1
2	4.14	2.1	140	550	2-3	220	63
2	3.85	1.69	22	572	2-3	220	117
2	3.4	1.84	230	570	2-3	220	107
2	2.73	2.66	225	640	2-3	225	82.4
3	1.8	0.89	0	0	2-3	200	175
3	1.83	1.38	40.5	830	2-3	200	124.7

1	20.26	10.44	530	1240	2-3	200	205
2	8.78	2.56	140.6	141.6	2-3	200	190
3	2.26	1.73	110.7	140.5	2-3	175	165
2	8.44	3.9	69.4	193.3	2-3	175	111.4
3	2.6	2.27	190	69	2-3	175	265
2	8.35	4	215	245	2-3	170	185
3	3.8	3.7	174	59	2-3	170	65.2
3	2.48	2.2	155	220	2-3	325	139
2	7.31	3.69	165	345	2-3	325	43
3	2.68	2.29	140	165	2-3	325	85
4	2.01	1.61	63.9	73.2	2-3	325	139
2	7.09	3.65	96.8	390	2-3	180	170
3	3.03	2.49	215	95.5	2-3	325	109
4	2.42	1.77	35.9	153.4	2-3	325	81
2	8.97	3.3	215	245	2-3	325	129
3	3.62	2.48	59	175	2-3	309	220
4	2.51	2.05	125	175	2-3	325	202
2	6.66	3.96	390	400	2-3	142.3	170
3	5.37	2.6	195	190	2-3	142.3	230
3	2.69	2.03	49.3	335	2-3	190	60
4	2.29	1.83	83	78	2-3	190	116
1	24.6	15.78	990	1380	2-3	190	112
2	11.88	4.47	235	255	2-3	245	109
3	3.44	2.87	275	165	2-3	245	109
4	2.94	2.04	150	98	2-3	245	88.4
4	2.24	1.35	54.7	130	2-3	245	100.8
4	2.12	2.11	153	205	2-3	245	114
2	12.34	2.14	220	230	2-3	320	310
2	11.52	3.84	175	300	2-3	320	205
3	3.73	1.62	64	40	2-3	320	150
3	3.43	2.14	250	63.7	2-3	320	210
4	2.7	1.81	155	76	2-3	320	170
3	2.86	1.81	66	112.8	3-4	275	150
2	12.27	3.24	51.4	340	3-4	275	54.7
3	2.86	2.45	195	31.2	3-4	275	153
4	1.9	1.51	45.9	185	3-4	250	155
3	2.47	2.15	67.1	40	3-4	195	45.9
4	2.08	1.48	106	31.8	3-4	67.1	106
2	10.22	3.3	130	375	3-4	107	45.8
2	11.07	3.74	220	420	3-4	175	175
3	2.58	2.04	63	40	3-4	175	170
3	2.01	1.81	117	140	3-4	124.7	64
3	2.27	2.1	107	185	3-4	190	148
4	1.88	1.14	45.8	10.7	3-4	190	66.3
2	9.89	3.82	225	450	3-4	165	49.6

3	2.7	2.25	82.4	74	3-4	165	48.9
2	11.52	4.61	200	520	3-4	265	120
3	4.4	3.02	175	74.2	3-4	185	109
4	2.06	1.77	175	122	3-4	65.2	141
4	1.85	1.75	170	123	3-4	43	47
3	3.52	2.46	124.7	97.9	3-4	43	90
4	2.07	1.82	64	79	3-4	170	30.6
3	3.36	1.78	205	180	3-4	129	119
3	2.78	2.74	190	200	3-4	220	127
4	1.86	1.67	148	112	3-4	202	112.3
4	2.26	1.79	66.3	130	3-4	230	205
2	10.53	4.78	175	560	3-4	230	225
3	4.45	2.61	165	84	3-4	230	190
4	3.28	1.78	49.6	129	3-4	116	28
4	2.01	1.88	48.9	127	3-4	112	170
3	4.27	1.33	111.4	102	3-4	112	153
3	4.16	3.23	265	97.9	3-4	112	153
4	2.84	1.89	120	150	3-4	170	54.9
2	10.02	4.46	170	560	3-4	170	42.2
3	3.14	2.07	185	96	3-4	170	54
4	2.35	1.68	109	98	3-4	170	11.9
3	2.88	1.9	65.2	120	1-2	330	143.3
4	1.82	1.57	141	67	1-2	330	122.7
2	10.03	4.38	325	500	1-2	330	154
3	3.45	2.23	139	101	2-3	110	220
3	3.08	2.63	43	146	2-3	300	46.6
4	1.74	1.69	47	40	3-4	85.1	37.6
4	1.59	1.41	90	45			
3	2.85	2.15	85	205			
3	2.52	1.8	139	310			
2	8.95	2.63	185	660			
2	7.4	3.03	180	770			
3	3.67	1.83	170	36.5			
4	2.44	1.32	30.6	130			
3	3.24	1.8	81	71			
3	2.98	2.46	129	152			
4	2.34	1.7	119	41			
2	7.56	3.91	30.9	800			
3	3.97	2.45	220	30.9			
4	2.43	1.73	127	32.7			
3	4.16	2.44	202	36			
4	2.54	1.61	112.3	170			
2	7.79	4.16	142.3	830			
3	3.95	1.93	170	44			
3	3.48	2.84	230	116			

4	2.82	1.68	205	88		
4	2.24	1.82	225	190		
4	2.95	1.95	190	210		
2	7.61	4.29	190	860		
3	3.1	1.97	60	143		
3	3.27	2.78	116	165		
4	2.05	1.86	28	17		
3	3.96	2.72	112	175		
4	2.59	2.09	170	67		
4	2.45	2.02	153	92		
4	2.97	1.71	153	36		
2	6.31	3.31	245	910		
3	3.2	1.92	109	100		
3	2.83	1.95	109	132		
3	2.73	1.53	88.4	170		
3	2.55	1.57	100.8	210		
3	2.45	1.95	114	227		
2			0	980		
2	4.24	3.56	180	995		
2	6.59	5.58	320	970		
3	5.45	2.41	310	150		
3	4.54	2.46	205	200		
3	3.93	2.44	150	250		
3	4.01	3.35	210	295		
3	2.31	1.88	170	320		
4	2.53	1.63	54.9	52.4		
4	3.85	1.68	42.2	92		
4	2.78	1.86	54	125		
4	2.6	2.12	119	142		
1	19.2	5.83	362	1380		
1	18.38	5.33	0	1360		
1	17.64	6.61	490	1420		
1	18.6	7.36	330	1430		
2	6.87	2.66	143.3	76.7		
2	5.79	2.45	122.7	110		
3	4.65	2.77	71.5	220		
2	4.06	3.37	154	300		
3	3.33	1.97	76.5	46.6		
3	2.87	1.67	85.1	88.1		
4	1.97	1.5	37.6	44.6		

APÊNDICE B – TABELA DAS MEDIDAS DOS GALHOS

Espécie: *Palicourea crocea* (Erva d'água)

Nível de ramificação k	Diâmetro do galho nível k (mm)	Diâmetro do galho nível k+1 (mm)	Comprimento do galho (mm)	Comprimento da base até o galho (mm)	Nível (k - k+1)	Comprimento do galho nível k (mm)	Comprimento do galho nível k+1 (mm)
0	13.5		250		1-2		
1	14.8	5.9	10.8	250	1-2	325	290
1	14.8	12.7	325	250	1-2	325	320
2	5	2.9	290	395	1-2	325	230
2	4.1	2.5	320	650	1-2	325	195
2	3.2	2.1	230	730	1-2	325	130
2	11.2	2.4	195	70	2-3	130	120
2	15.8	8	130	180	3-4	130	595
3	8	8	595	130	3-4	595	180
4	6.1	3.5	180	480	3-4	360	125
5	3.5	2	92	180	3-4	300	280
5	3.5	1.5	29	180	3-4	300	700
4	10	4.4	1085	600	3-4	300	870
4	10	5.5	960	600	3-4	300	200
5	4.5	2	102	735	3-4	300	510
5	4.2	2	96	920	3-4	300	250
5	3.5	1.8	55	970	4-5	180	380
5	5.2	2.5	315	35	4-5	490	92
5	5	2.1	97	685	4-5	870	100
5	4	1.9	48	760	4-5	870	200
5	3.9	1.2	44	840			170
2	10.5	6.1	120	140			
3	6.1	5	270	120			
3	6.1	5.8	360	120			
4	4.9	3.2	125	270			
4	4.9	3	490	270			
5	3.1	1.8	100	260			
4	5	2	115	120			
4	4.9	4	565	230			
3	8	5	450	370			
3	8	5.9	300	370			
4	6	2.5	280	149			
4	5.9	4.2	700	300			
4	5.9	4.1	870	300			
5	3.1	2.1	200	540			
5	6.9	2.5	170	130			
4	4.9	2.1	200	330			
4	6.9	3.5	510	460			
4	6.9	3	250	460			
4	6.9	3	380	460			

