



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA AMBIENTAL

MATHEUS BRUNO RODRIGUES CERINO

**ACOPLAMENTO ESTRUTURAL E ANÁLISE DE
INFORMAÇÃO EM SISTEMAS
MICROMETEOROLÓGICOS: CONTRIBUIÇÃO
ANALÍTICA AO TEOREMA DE TAKENS**

Cuiabá - MT

2025

MATHEUS BRUNO RODRIGUES CERINO

**ACOPLAMENTO ESTRUTURAL E ANÁLISE DE
INFORMAÇÃO EM SISTEMAS
MICROMETEOROLÓGICOS: CONTRIBUIÇÃO
ANALÍTICA AO TEOREMA DE TAKENS**

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Física Ambiental do Instituto de Física da Universidade Federal de Mato Grosso como requisito parcial para a obtenção do título de doutor em Física Ambiental.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Roberto de Paulo

Cuiabá - MT

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

C415a Cerino, Matheus Bruno Rodrigues.
Acoplamento estrutural e análise de informação em sistemas micrometeorológicos: contribuição analítica ao teorema de Takens [recurso eletrônico] / Matheus Bruno Rodrigues Cerino. -- Dados eletrônicos (1 arquivo : 97 f., il. color., pdf). -- 2026.

Orientador: Sérgio Roberto de Paulo.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Física Ambiental, Cuiabá, 2026.
Modo de acesso: World Wide Web: <https://ri.ufmt.br>.
Inclui bibliografia.

1. Teorema de Takens. 2. Informação mútua. 3. Acoplamento estrutural. I. Paulo, Sérgio Roberto de, *orientador*. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Permitida a reprodução parcial ou total, desde que citada a fonte.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA AMBIENTAL

FOLHA DE APROVAÇÃO

**TÍTULO: ACOPLAMENTO ESTRUTURAL E ANÁLISE DE INFORMAÇÃO EM SISTEMAS
MICROMETEOROLÓGICOS: CONTRIBUIÇÃO ANALÍTICA AO TEOREMA DE TAKENS**

AUTOR: DOUTORANDO MATHEUS BRUNO RODRIGUES CERINO

Tese defendida e aprovada em **09 de dezembro de 2025**.

COMPOSIÇÃO DA BANCA EXAMINADORA

1. PROF. DR. SÉRGIO ROBERTO DE PAULO [Presidente Banca / **Orientador**]

INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

2. PROFA. DRA. IRAMAIA JORGE CABRAL DE PAULO [Examinadora Interna]

INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO - UFMT

3. PROFA. DRA. DANIELA DE OLIVEIRA MAIONCHI [Examinadora Interna]

INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO - UFMT

4. PROF. DR. JONATHAN WILLIAN ZANGESKI NOVAIS [Examinador Externo]

INSTITUIÇÃO: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – IFMT

5. PROF. DR. THIAGO RANGEL RODRIGUES [Examinador Externo]

INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL - UFMS

CUIABÁ, 09/12/2025.



Documento assinado eletronicamente por **MARCELO SACARDI BIUDES, Coordenador(a) de Programas de Pós-Graduação em Física Ambiental - IF/UFMT**, em 11/12/2025, às 14:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jonathan Willian Zangeski Novais, Usuário Externo**, em 11/12/2025, às 15:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **DANIELA DE OLIVEIRA MAIONCHI, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 12/12/2025, às 10:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Thiago Rangel Rodrigues, Usuário Externo**, em 15/12/2025, às 19:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **SERGIO ROBERTO DE PAULO, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 17/12/2025, às 10:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **IRAMAIA JORGE CABRAL DE PAULO, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 13/02/2026, às 11:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufmt.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **8720894** e o código CRC **FF90E3C5**.

DEDICATÓRIA

Às três mulheres de minha vida: minha avó, minha mãe e minha irmã; respectivamente Idalice (Daia), Idamirce (Preta) e Idamara (Dada).

Dedico a meus amigos em especial Raul, e Alysson.

Dedico a Deus, ao menino Jesus, a Virgem Maria e a meu São Benedito.

E claro a minha *banda*: Laroye!

Dedico a Pai Chico e a Corrente dos Pretos Velhos, a Seu Zé e a Exu.

À Casa de São Jorge Guerreiro, a memória de seu fundador Velho Osório, ao chão de Chico Preto da Guiné e a cumieira de Sete Estrelas.

Dedico aos que vieram antes de mim, aos que estão comigo e aos que virão.

Dedico a Escola Pública.

Dedico a Presidenta Dilma Rousseff.

Aos meus sobrinhos e sobrinha.

À Thiago.

Dedico por último e em especial a meus alunos: é por mim e por vocês, tão logo serão vocês, meus filhos.

AGRADECIMENTOS.

- ❖ Agradeço a Deus, ao Nosso Senhor Jesus Cristo, a Virgem Maria Santíssima e meu São Benedito.
- ❖ A Iemanjá Mãe das cabeças, a Ogum e São Jorge os donos de minha casa, a Omolu e Iansã regentes de minha cabeça e todos os Guias de Luz, em especial a Pai Chico Preto, Seu Zé e A Cigana.
- ❖ A minha mãe Preta e avó Daia, as maiores responsáveis por quem sou.
- ❖ Jair Lemos, Pedro Pereira de Souza, Estevam, Valentim, por serem inspirações.
- ❖ A meus orientadores Paulo Sérgio e minha orientadora de coração Iramaia. Professor obrigado por confiar e me estimular mesmo quando nem eu mesmo confiei que conseguiria.
- ❖ A professor Miguel, Elvis e Jeferson.
- ❖ Aos meus professores do João Brienne de Camargo.
- ❖ As minhas tias Ilda, Tânia e Idaiuce.
- ❖ A meus maiores e melhores amigos: Alisson e Raul, que acompanharam cada etapa dessa conquista.
- ❖ Os maiores amigos que eu poderia ter: Barbara, Halliere, Ranniere, Sumai. Meu parceiro da vida e loucura Paulo e Tai. Aos meus amigos de jornada acadêmica: Admilson, Halline, Jonh, Amanda, André, Lucas, Ari, Douglas. Aos amigos que docência me presenteou em especial Gislaine, Debora, Jhennifer, Agatha, Joice, Marô, Vera.
- ❖ A Thiago e a jornada que assistimos um do outro nesses onze anos.
- ❖ Agradeço a meu terapeuta Lucas!
- ❖ A meus alunos, meus filhos!
- ❖ E as políticas de acesso à universidade. Agradeço profundamente a Presidenta Dilma Rousseff.
- ❖ **In Memória de:**

Tio João Pedro, Tia Vilminha, Tia Flor, Tia Celina e Prof. Paraná

EPÍGRAFE

“[...]

*O caminho é longo, Preto Velho caminha devagar,
É devagar, é devagarinho,
Quem caminha com o Velho nunca fica no caminho.”*

(Autor desconhecido - Cantiga de Terreiro)

“

Essa é para você que não virou comida de Tubarão
”

(Mano Brown)

RESUMO

Em consonância com a perspectiva acerca da ciência da complexidade, que aborda temas transversais a questões da temporaneidade, o presente trabalho se debruça sobre a dinâmica de sistemas ambientais. Esta tese investiga o acoplamento estrutural em sistemas micrometeorológicos, propondo uma contribuição analítica ao Teorema de Takens. O estudo está ancorado na Termodinâmica do Não-Equilíbrio e no referido teorema, que permite reconstruir a dinâmica global de um sistema a partir de uma única variável fortemente acoplada, no caso, a temperatura do ar. A metodologia fundamenta-se na reconstrução de atratores via tempos defasados e na subsequente rotação matricial desse espaço de fases para extrair informações sobre o saldo de radiação, cuja eficiência é quantificada pela análise de Informação Mútua. Os resultados demonstram que a técnica reconstitui o saldo de radiação com alta eficiência ($I \approx 85-90\%$) no período seco. Contudo, no período chuvoso, observa-se uma perda de informação, intrinsecamente ligada ao aumento da umidade relativa e da entropia do sistema, o que indica uma redistribuição da energia e da informação para outras variáveis.

Palavras-Chave: Teorema de Takens; Informação Mútua; Acoplamento Estrutural.

ABSTRACT

In line with the perspective of complexity theory, particularly its treatment of transversal phenomena associated with temporality, this thesis examines the dynamics of environmental systems. The research investigates structural coupling in micrometeorological systems and proposes an analytical contribution to Takens' Theorem. It is grounded in Non-Equilibrium Thermodynamics and in the aforementioned theorem, which enables the reconstruction of a system's global dynamics from a single strongly coupled variable — in this case, air temperature. The methodology is based on the reconstruction of attractors using time-delay embedding, followed by rotation of the phase-space matrix to retrieve information related to net radiation. The efficiency of this reconstruction is quantified through Mutual Information analysis. Results show that the technique accurately reconstructs net radiation during the dry season ($I \approx 85\text{--}90\%$). However, during the rainy season there is a substantial loss of information, intrinsically linked to increased relative humidity and higher system entropy. This behavior indicates a redistribution of energy and information among other variables, reducing the degree of coupling observed under dry-season conditions.

Keywords: Takens' Theorem; Mutual Information; Structural Coupling

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esfera acoplada a mola e força resultante vs deslocamento vertical.	31
Figura 2: evolução temporal das funções do “y”, “x”	32
Figura 3: evolução do oscilador harmônico simples descrito independente do tempo.....	33
Figura 4: retrato de fase de um oscilador harmônicos amortecido.....	35
Figura 5: descrição da trajetória do pêndulo no espaço de fase.....	36
Figura 6: retrato de fase de um pêndulo com diferentes energias aplicadas inicialmente.....	36
Figura 7: representação cilíndrica do espaço de fase, de um pêndulo ideal.	37
Figura 8: espaço de fase cilíndrico, curvo em “U”, descendo diferentes níveis de energia para o movimento pêndulo simples.	38
Figura 9: retrato de fase do sistema exemplificado na equação 2.14.....	40
Figura 10: espaço de fase de um pêndulo amortecido, enrolado de forma cilíndrica e dobrado em "U".	41
Figura 11: tipos básicos de atratores.	41
Figura 12: o atrator de Lorenz de 1963.	42
Figura 13: objetos fractais; (a) triângulo de Sierpinski, (b) Esponja de Menger e (c) curva de Koch.	43
Figura 14: gráfico da dimensão de correlação pelo método de (GRASSBERGER e PROCACCIA, 1983).....	46
Figura 15: absorção dos principais componentes atmosféricos.....	49
Figura 16: Reserva Biológica de Jarú.	55
Figura 17: Cidade de Sinop.	56
Figura 18: atratores reconstruídos segundo o teorema de Takens, com dados de temperatura do ar, (a) período seco e (b) período chuvoso.	61
Figura 19: Série temporal de Temperatura do Ar (T_{ar}) para o mês de fevereiro nos anos de 2008, 2009 e 2010.	69
Figura 20: Série temporal de Temperatura do Ar (T_{ar}) para o mês de junho nos anos de 2008, 2009 e 2010.	70
Figura 21: Série temporal de Umidade Relativa do Ar (UR) para o mês de fevereiro (período chuvoso) nos anos de 2008, 2009 e 2010.	70
Figura 22: Série temporal de Umidade Relativa do Ar (UR) para o mês de junho (período seco) nos anos de 2008, 2009 e 2010.	71
Figura 23: Série de saldo de radiação (R_n) disponível ao longo de fevereiro, respectivamente, de 2008, 2009 e 2010.....	72
Figura 24: Série de saldo de radiação (R_n) disponível ao longo de julho, respectivamente de 2008, 2009 e 2010.....	72
Figura 25: Atratores reconstruídos de temperatura do ar para o mês de agosto de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010.....	73
Figura 26: Atratores reconstruídos de temperatura do ar para o mês de fevereiro (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010.....	74
Figura 27: Análise de informação mútua $I(R_n, T_{ar})$ versus tempo de defasagem para o período seco (junho) dos anos de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010 na Reserva Biológica Jarú.	76

Figura 28: Análise de informação mútua $I(R_n, T_{ar})$ versus tempo de defasagem para o período chuvoso (fevereiro) dos anos de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010 na Rebio Jaru.	77
Figura 29: Comportamento de T_{rot} para diferentes ângulos de rotação durante os primeiros quatro dias de junho de 2008 na Rebio Jaru.	80
Figura 30: Saldo de Radiação (R_n) medido durante os primeiros quatro dias de junho de 2008 na Reserva Biológica de Jaru.	80
Figura 31: Análise de informação mútua $I(R_n, T_{rot})$ versus tempo de defasagem para o período seco, julho, dos anos de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010 na Rebio Jaru.	81
Figura 32: Análise de informação mútua $I(R_n, T_{rot})$ versus tempo de defasagem para o período chuvoso (fevereiro) dos anos de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010 na Rebio Jaru.	82
Figura 33: análise da informação mútua vs tempo defasado entre T_{rot} e R_n de fevereiro (a) e junho (b) de 2002, Sinop.	84
Figura 34: Médias mensais de umidade relativa (UR) e informação mútua $I(R_n, T_{rot})_{máx}$ ao longo de 2008, 2009 e 2010 na Rebio Jaru.	85
Figura 35: Informação mútua vs. Tempo de defasagem entre mútua $T_{rot} *$ e R_n para fevereiro de 2009 (a) e 2010 (b).	87
Figura 36: Informação mútua vs. Tempo de defasagem entre Mutua $^{SSA(1)}T_{rot} *$ e R_n para fevereiro para 2009 (a) e 2010 (b) para um componente.	87
Figura 37: Atrator de temperatura do ar para o ano de 2008, de fevereiro. Para (a), o espaço de fase foi construído usando dados de T^* ; em (b) o espaço de fase foi construído usando dados de $^{SSA(1)}T^*$	89
Figura 38: $\text{Log}(c)/\text{Log}(r)$ vs. $\text{Log}(r)$, para o ano de 2008, utilizando T^* , para o mês de fevereiro, (a) com dimensão de correlação “N” igual a 2, (b) N igual a 4 e (c) N igual a 6.	90
Figura 39: $\text{Log}(c)/\text{Log}(r)$ vs. N apenas para a temperatura do ar corrigida analiticamente, para os anos de 2008, 2009 e 2010, respectivamente 39 (a), (b) e (c).	91
Figura 40: $\text{Log}(c)/\text{Log}(r)$ vs. N apenas para a temperatura do ar corrigida analiticamente fazendo uso da umidade relativa suavizada via SSA, para os anos de 2008, 2009 e 2010, respectivamente 43 (a), (b) e (c).	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros de rotação do espaço de fase: ângulo (α), informação mútua máxima $I(R_n, T_{rot})_{\max}$ e tempo de defasagem final (τ_f) para o período seco, junho, de 2008 na Rebio Jaru.

.....79

Tabela 2: Análise de informação mútua máxima $I(R_n, Trot *)_{\max}$ e tempo de defasagem final (τ_f) associado a correção da temperatura do ar para o período seco de 2008 na Rebio Jaru.86

Tabela 3: Análise de informação mútua máxima $I(R_n, Trot *)_{\max}$ e tempo de defasagem final (τ_f) associado a correção da temperatura do ar para o período chuvoso de 2008 na Rebio Jaru.86

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLO

ESG	Environmental, Social and Governance (Ambiental, Social e Governança)
ONU	Organização das Nações Unidas
SNUC	Sistema Nacional de Unidades de Conservação
ICMBio	Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade
Rebio Jaru	Reserva Biológica de Jaru
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ODS	Objetivos do Desenvolvimento Sustentável
INCRA	Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária
c_p	Calor específico do ar seco (J/kg·K)
C	Dimensão de correlação (adimensional)
$\log(r)$	Logaritmo do raio hiperbólico (r) entre ciclos
$\log(C)/\log(r)$	Métrica para análise de dimensão de imersão
N	Número de variáveis mínimas necessárias para descrever a dinâmica do sistema
P	Função de ativação Heaviside relacionada à UR $\approx 80\%$
ρ	Densidade do ar (kg/m ³)
R	Constante universal dos gases (J/mol·K)
σ	Constante de Stefan-Boltzmann (W/m ² ·K ⁴)
$I(,)$	Informação Mútua entre as variáveis estudadas (%)
$I(,)_{\max}$	Máximo de Informação Mútua entre as variáveis estudadas (%)
$I(\tau)$	Informação Mútua em função do tempo de defasagem
R_n	Saldo de Radiação
SSA	Singular Spectrum Analysis
SSA(n)	Componentes utilizados na decomposição por SSA (ex: SSA(1), SSA(3))
T_{ar}	Temperatura do Ar (°C)
T_{rot}	Temperatura do Ar Rotacionada
T^*	Temperatura do ar ajustada pela correção proposta
T_{rot}^*	Temperatura do ar ajustada pela correção proposta e rotacionada
$^{SSA}T_{rot}^*$	Temperatura do ar ajustada pela correção proposta e rotacionada com suavização via SSA aplicada na umidade relativa
UR	Umidade Relativa do Ar (%)

$X_k(t)$ Vetores do espaço de fase com defasagem temporal

τ (*tau*) Tempo de defasagem (horas)

τ_f (tau final) Tempo de defasagem final após a rotação (em horas).

$^{\circ}\text{C}$ Graus Celsius

SUMÁRIO

RESUMO	9
ABSTRACT.....	10
LISTA DE FIGURAS.....	11
LISTA DE TABELAS	13
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLO	14
1 INTRODUÇÃO	18
1.1 PREFACIO	18
1.2 Problemática	22
1.3 Justificativa	23
1.4 Objetivo	24
1.4.1 Objetivo Geral.....	24
1.4.2 Objetivos Específicos	24
2 FUNDAMENTAÇÃO TEORICA	26
2.1 Ciência Da Complexidade	26
2.2 Sistemas Dinâmicos	27
2.2.1 Linearidade	29
2.2.2 Não Linearidade	38
2.2.3 Sistemas Naturais / Dinâmica Micrometeorológica	46
2.3 Séries Temporais	47
2.4 Saldo de Radiação e Balaço de Energia.....	48
2.4.1 Saldo de Radiação.....	48
2.4.2 Balanço de Energia	51
3 MATERIAIS E MÉTODOS	54
3.1 Área De Estudo	54
3.1.1 Reserva Biológica de Jaru	54
3.1.2 Sinop	56
3.2 Teorema De Takens - O Acoplamento Estrutural.....	57
3.2.1 Atratores de Temperatura do ar.....	60
3.3 Rotação Do Espaço De Fase	62
3.4 Análise Estatística.....	63

3.5	Correção Analítica.....	65
3.6	SSA.....	67
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	69
4.1	Variáveis Estudadas E Atratores De Temperatura Do Ar (T_{ar}).....	69
4.2	Análise De Informação Mútua E Rotação Do Espaço De Fase.....	75
4.2.1	Análise de Informação Mútua entre R_n e T_{ar}	76
4.2.2	Rotação do Espaço de Fase e Recuperação de Informação	78
4.2.3	Validação da Metodologia e Reprodutibilidade em Diferentes Contextos Sazonais.....	81
4.3	Influência Da Umidade E Correção Analítica	84
4.3.1	Influência da Correção de SSA sobre UR.....	88
5	CONCLUSÃO	94
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	96

1 INTRODUÇÃO

1.1 PREFACIO

O Brasil, esse arquipélago de contradições, é um país que se projeta no cenário global tanto por suas potencialidades quanto por seus paradoxos. Sua extensão continental, diversidade biocultural e protagonismo agrícola contrastam com assimetrias históricas que permeiam desde as políticas de Estado até as relações comunitárias. Aqui, a ciência, produzida em universidades federais, institutos de pesquisa e até mesmo nas entrelinhas dos saberes ancestrais, tenta decifrar um enigma complexo, que pode ser colocado: como as dinâmicas ambientais, econômicas e sociais se entrelaçam em padrões fractais, reproduzindo cismas e rupturas em diferentes escalas?

Nesse cenário, assistimos a uma revolução no modo de produzir conhecimento. O que antes era chamado de "saber popular" hoje emerge, em pesquisas acadêmicas mais a vanguarda, como "conhecimento ancestral". Um reconhecimento tardio, mas vital, da episteme dos povos tradicionais. Essa mudança de paradigma, contudo, não ocorre sem tensões: num mundo de fluxos informacionais hiperacelerados e negacionismo científico crescente, a própria ciência ambiental brasileira se vê no olho do furacão, desafiada a integrar escalas, tempos e saberes distintos.

Economicamente, o Brasil é um quebra-cabeça mal resolvido. Seu vigor agrícola e terciário convive com uma indústria de tecnologia frágil, por vezes defasada, cenário agravado pela Evasão de Mentes, evidenciado pelo êxodo de cérebros que os dados do IBGE (2020) quantificam com precisão crua em contraste com uma tendência atual de baixa adesão de jovens ao mundo acadêmico. Esse fenômeno cria um ciclo perverso: a precarização do trabalho desincentiva a inovação, mesclado com uma ideia mercadológica de precarização do trabalho trajado de empreendedorismo. Isso, por sua vez, reforça a dependência de commodities, ampliando a pressão sobre os biomas. Uma equação em que ambiente e economia são variáveis do mesmo problema.

Este caldo de cultura – temperado por *fake news*, anticientificismo e a crise pandêmica – fermenta um Brasil de múltiplas velocidades. De um lado, a retórica desenvolvimentista; de outro, comunidades indígenas, quilombolas e periféricas que reinventam a resiliência. São

microcosmos que revelam, involuntariamente, a intrincada teia que liga vulnerabilidade social, degradação ambiental e racismo estrutural. Fenômenos antes estudados separadamente, como mudança climática e desigualdade, mostram-se agora faces da mesma moeda.

Esse debate fruto de nosso tempo, em um mundo globalizado, não se restringe apenas a nosso país. De forma complexa, tal como um sistema aberto, como a exemplos as relações internacionais de como debates econômicos globais impactam o Brasil, assim como a postura do país também impacta as relações econômica, sociais e ambientais.

Resultado dessas questões são políticas de mercado que revelam esse caráter integral de debates envolvendo questões sociais e ambientais é o desenvolvimento de conceito de ESG, que é teorizada primariamente em 2004, cunhado pela ONU, o ESG (Environmental, Social, Governance).

O mundo corporativo é convidado a *professar* que sustentabilidade ambiental é inseparável de justiça social e boa governança. É notado um hiato temporal desde o início do desenvolvimento do conceito até as práticas serem adotadas e pensadas. Ainda assim, no entanto, a prática revela fissuras: projetos de crédito de carbono que violam direitos territoriais de comunidades tradicionais, métricas de sustentabilidade que ignoram cadeias produtivas precarizadas, e fundos de investimento '*verdes*' que financiam monoculturas desertificantes. A abordagem ainda se mostra mais evidente ao observarmos os compromissos formados na COP 30 em que preocupações ambientais, sociais e econômicas se encontram em uma mesma encruzilhada.

Compreender o Brasil - e por que não o mundo? - exige, portanto, lentes capazes de enxergar simultaneamente o macro e o micro. Seu território comporta sistemas abertos em que tudo está acoplado: a seca no Nordeste ecoa nos preços dos alimentos nas metrópoles; a expansão da soja altera os regimes de chuvas no Sudeste. Debruçar-se sobre essas características nos leva a interpretar que os mesmos padrões se repetem, com variações, em escalas estadual, municipal e comunitária – um desafio metodológico urgente para as ciências ambientais.

O Rio Grande do Sul, quarto maior PIB nacional, tornou-se em 2024 um emblemático estudo de caso: sua economia pujante não impediu que os mais pobres fossem arrastados pelas enchentes climáticas. Já o Mato Grosso vive seu próprio impasse, enquanto avança na fronteira agrícola com tecnologia de ponta, graças a financiamentos federais em pesquisas que incluem manejo e melhoramento genético protagonizado pela EMBRAPA, continua refém de ciclos

anuais de queimadas e desertificação. Dois retratos de um mesmo Brasil, em que progresso e colapso coexistem em tensão.

Diante desse quadro, surge a pergunta-chave: *como as ciências ambientais podem produzir análises que capturem essa complexidade sem cair em reducionismos?* A resposta exige mais do que interdisciplinaridade. Demanda uma verdadeira *ecologia de saberes*, em que dados satelitais dialoguem com o conhecimento das quebradeiras de coco, e os modelos climáticos incorporem as variáveis sociais.

Um desafio à altura do país-continente, em que cada solução, modelo, análise, ganha característica de local, integrada e integrante do todo, que carrega informação de si de outras peças desse quebra cabeça tal como um sistema complexo que é. O desafio está posto, um movimento disruptivo que tem por protagonista métodos da Ciência da Complexidade capazes de integrar múltiplas questões.

Em A Teia da Vida (1997), Capra cita que todo estudo é algum nível uma idealização e aproximação, porém métodos sistêmicos tender a ter resultados próximos a reais. Anterior a A Teia da Vida (1997), em Ponto de Mutação (1982), Capra explora o paradigma da ciência em nosso tempo, pautado em uma visão histórica e contemporânea a seu tempo. Mas é em O Tal da Física (1975) que Capra questiona o motivo da estranheza ocidental em lidar com questões complexas com dualidade, sobreposição de estados, relatividade à natureza da vida. Questões essas menos estranhas à ciência oriental e presentes em culturas de diversos povos africanos, em especial povo Banto e Yorubá, que se desenvolve em um ambiente filosóficos propício a aceitação desse debate. Diferente do ocidente, culturas orientais, banto e Yorubá são menos maniqueístas, deterministas e causais, apresentando características muito mais sistêmicas e interacionais. O que para parte do globo é um movimento disruptivo, graças à filosofia desses povos, é fruto natural de sistemas abertos e vivos.

O Brasil que conhecemos, natural de um processo de colonização europeia, tem por desvirtude a cultura maniqueísta, determinista e, por vezes, propaga a meritocracia, fruto de diversos atravessamentos: vilões e salvadores, bem e mal, Deus e Diabo. Opondo-se a isso e retomando o processo do debate entre ciências naturais e sociais, na perspectiva sistêmica, integral, complexa, que compreende as relações entre sociedade e natureza longe de reducionismos ou isolacionismos.

Somos levados a um processo filosófico, de dar vozes à Ciência Ancestral, - sem aspas ou itálico e ciências no seu mais íntimo significado de conhecimento. Diversos saberes africanos, dos povos escravizados, ou nativos ameríndios que conviviam com uma filosofia sistêmica, ainda que sem esse nome, passam por processo de visibilidade e validação acadêmica, **não que precise**. Saberes comunitários como relações sociais, ambientais são reinterpretados com uma visão sistêmica menos causal e mais interacional. Desde conceitos como rotação de cultura e conforto térmico, mais que conceituados, vividos por povos ameríndios; ou toda engenharia hidrodinâmica desenvolvida por povos keméticos, atual Egito, além do conhecimento filosófico da dualidade, finitude ou infinitude, presente na mitologia Yorubá.

Esse prefácio é, portanto, resultado de uma reflexão sistemática a respeito de que o pesquisador que escreve, ainda que se distancie do objeto de estudo, o seu olhar e interpretações têm consigo vivências, individualidades e coletividades, além dos saberes acadêmicos. Não é, portanto, um *advogar* em torno do uso de métodos baseados na Ciência da Complexidade, ou apontar limitações em metodologias clássicas, afinal, tudo tem seu âmbito de validade. É sim reconhecer com naturalidade que a vivência de uma pessoa preta, criada em filosofia comunitária, te possibilita compreender que o *todo é maior que a soma das partes*. Naturaliza compreender que entre números há infinitos outros números reais e irracionais.

Em sua completude o trabalho é desenvolvido a respeito de métodos baseados na Ciência da Complexidade, o prefácio convida a debater filosoficamente que para algumas sociedades/comunidades características de sistemas complexos são inerentes a vidas, não é algo novo nem disruptivo, ainda que os métodos sejam, a compreensão filosófica não. Portanto, compreender essas nuances de maneira sistêmica é natural para alguém que vive *abaixo da copa de uma mangueira, vinculada a um baobá*, matriarcal, comunitário e não eurocêntrico. Quando se vive em comunidade, se compreende que tudo está acoplado, com estados de estabilidade, longe do equilíbrio, com memória, resiliência e é interacional. Em um terreiro, periferia, comunidade indígena ou quilombola, um lar matriarcal, a filosofia do sistema se aprende no quintal de casa.

1.2 Problemática

A dimensão continental do Brasil revela uma realidade complexa, na qual a notória diversidade sociocultural é inextricável da variedade ambiental. As profundas particularidades regionais, moldadas pelo intercâmbio histórico de influências indígenas, africanas, europeias e asiáticas e acentuadas pelas desigualdades sociais, encontram um correlato direto no domínio das Ciências da Natureza. Essa mesma pluralidade que define as comunidades, cidades e regiões se manifesta na expressiva variedade de ecossistemas, com seus seis grandes biomas constituindo a base física e biológica que, em grande medida, sustenta e interage com a própria diversidade humana e econômica do país.

A micrometeorologia tem destaque crescente no âmbito das Ciências da Natureza, impulso motivado por fatores globais e locais. A crise climática global, com seus impactos em múltiplas escalas e setores da sociedade, constitui um motivador preponderante. No contexto específico do Brasil, o protagonismo dessa área é ainda reforçado pela dependência econômica do país em relação às commodities agrícolas, cuja produtividade é intrinsecamente ligada às condições atmosféricas.

Contudo, a realização de pesquisas micrometeorológicas enfrenta obstáculos, entre os quais se destaca a aquisição de dados. Exemplo dessa dificuldade pré-existente se revelou durante a pandemia de Covid-19, quando o distanciamento social comprometeu a manutenção de torres e a coleta regular de informações. Para além de eventos pontuais, o desafio persiste de forma estrutural, decorrente da escassez de recursos para a implementação e manutenção de infraestrutura, bem como da necessidade de investimentos em profissionais capacitados para tais operações. Problemas dessa natureza podem resultar na perda de dados cruciais, prejudicando diretamente o avanço do conhecimento científico na área.

Não é incomum encontrar estudos que buscam minimizar os impactos de eventos que corrompem a aquisição de dados. Como exemplo, há métodos estatísticos que visam preencher falhas, sejam elas devidas à perda de dados ou a falhas ao longo da série temporal. Outras possibilidades são estudos de funções analíticas que relacionem as variáveis; essa relação parte da perspectiva crescente de estabelecer correlacionamento entre variáveis micrometeorológicas, porém, devido à dinâmica, essa descrição não é um objeto trivial. Em uma análise temporal, descrições analíticas baseadas na metodologia clássica, nas quais se descrevem variáveis em funções umas das outras, contrapõem-se a metodologias sistêmicas que consideram características como interação e o acoplamento estrutural.

1.3 Justificativa

Métodos baseados na Ciência da Complexidade têm posição de destaque em pesquisas recentes, seja na descrição dinâmica, seja na obtenção de dados utilizando séries temporais. Tais métodos consideram características de sistemas complexos para justificar sua eficiência e aplicabilidade ao objeto de estudo. São exemplos característicos de sistemas complexos a presença de auto-organização, autossimilaridade, o acoplamento estrutural, dentre outras características, sistema distante do equilíbrio, aberto e que permite fluxo de matéria, energia e informação.

Observados os problemas e a importância do estudo microclimático, a presente tese se dedica, com base em metodologias descritas por estudos no âmbito da Ciência da Complexidade aplicado ao microclima, a apresentar uma alternativa para analisar as relações micrometeorológicas. Embasa-se acoplamento estrutural como característica emergente de sistemas complexos, este trabalho investiga a possibilidade de descrever a informação que variáveis micrometeorológicas carregam.

Considerando os fluxos como características centrais de sistemas abertos e o acoplamento estrutural, a alternativa apresentada pela presente pesquisa é a combinação de métodos sistêmicos e métodos clássicos. O primeiro é a aplicação do Teorema de Takens (1981), método que estuda séries temporais, o segundo a aplicação corretiva de uma equação analítica que relaciona saldo de radiação, temperatura do ar e umidade relativa do ar, proposta por De Oliveira Maionchi et. al. (2024).

Na abordagem estudada, a temperatura do ar é apresentada por estudos anteriores, como Prado (2017), como a variável micrometeorológica com maior correlação com o sistema dinâmico e com as demais variáveis. É esperado que, através da análise estatística da informação mútua, se identifique a possibilidade de reconstruir dados do saldo de radiação utilizando o Teoremas de Takens (1981) aplicado sobre a temperatura do ar corrigida pela equação proposta por De Oliveira Maionchi et. al. (2024).

Estudos anteriores a respeito da dinâmica micrometeorológica, a exemplo de De Paulo (2015), revelam que a temperatura do ar é capaz de reproduzir a dinâmica micrometeorológica de sistemas ambientais. Publicações oriundas dessa pesquisa, Cerino (2022), apontam ainda a possibilidade de a temperatura também carregar informação de outras variáveis fortemente acopladas. Ambos os estudos apontam que essas características se destacam no período de

seca, assumindo maior complexidade e havendo perda de informação no período de maior pluviosidade.

Os estudos e resultados observados anteriores apontam para a fragilidade de aplicar o Teorema de Takens (1981) a séries de temperatura do ar em períodos chuvosos, sobre as quais é aplicada a correção de acordo com a equação de De Oliveira Maionchi et. al. (2024).

O estudo estatístico da análise de informação aponta às seguintes hipóteses: a correção aplicada às séries temporais de temperatura do ar correspondentes ao período chuvoso é suficiente para recuperar a informação do saldo de radiação contido na temperatura do ar por meio do Teorema de Takens (1981). Caso contrário, um resultado inconclusivo sugere que a informação que, em tese, que estaria na temperatura do ar, foi perdida ou distribuída entre outras variáveis mais abundantes no período chuvoso. Tal resultado demandaria análises adicionais para elucidar o processo.

1.4 Objetivo

1.4.1 Objetivo Geral

Investigar o acoplamento estrutural entre a temperatura do ar e o saldo de radiação em sistemas micrometeorológicos, por meio da análise de informação mútua e da rotação do espaço de tempos defasados, propor uma correção analítica ao Teorema de Takens (1981) para o período de maior umidade.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Inferir o índice de Informação Mútua entre a temperatura do ar e o saldo de radiação;
- Identificar o índice de Informação Mútua entre a temperatura do ar rotacionada e o saldo de radiação;
- Reproduzir a dinâmica do saldo de radiação via rotação de matrizes.
- Caracterizar a reprodutibilidade da metodologia para diferentes ecossistemas;

- Investigar a dependência entre o índice de Informação Mútua e a umidade relativa do ar;
- Propor metodologia de correção para a rotação de matrizes em períodos com maiores índices de umidade relativa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEORICA

2.1 Ciência Da Complexidade

A Ciência da Complexidade, constitui um campo interdisciplinar da ciência contemporânea que se dedica a investigar o comportamento de sistemas abertos. Suas abordagens têm perspectivas nas dinâmicas e interações que dão origem a padrões intrincados a partir de elementos fundamentais. Mendes (1998) estabelece uma distinção crucial entre sistemas simples e complexos. Os sistemas simples caracterizam-se por um número reduzido de variáveis interdependentes, resultando em poucos graus de liberdade; seu estudo está frequentemente associado ao desafio de prever seu comportamento. Já os sistemas complexos envolvem uma multiplicidade de elementos em interação, os quais conferem alto grau de liberdade, direcionando o interesse da pesquisa para como estruturas características emergem dessas relações.

Nicolis e Prigogine (1998) partem do princípio de que as experiências cotidianas são a base fundacional para a estruturação desse campo. Eles argumentam que a complexidade é uma realidade facilmente identificável em contextos diversos, como os sistemas econômicos ou as linguagens, que envolvem um número considerável de interações entre variáveis e fatores. A percepção dos autores de que "[...] a complexidade é de alguma forma relacionada com as diversas manifestações da vida" (NICOLIS; PRIGOGINE, 1998, p. 6) é interpretada à luz das inúmeras interações que os sistemas vivos realizam, os quais constituem sistemas reais por excelência.

Consequentemente, a Ciência da Complexidade concentra-se na instabilidade e na previsibilidade limitada dos sistemas reais, limitações estas impostas pela própria natureza de suas interações. Woodside (2018) salienta o contraste metodológico: enquanto a lógica científica dominante ainda busca identificar a contribuição única de variáveis independentes sobre as dependentes mediante testes simétricos, os modelos baseados na análise de sistemas complexos, que incorporam não-linearidades e assimetrias, demonstram maior precisão em determinados contextos.

Essa divergência é epistemológica., a ciência clássica estrutura-se no exame de sistemas ideais, fechados e em equilíbrio, em que a ordem e a estabilidade são bem definidas. A Ciência da Complexidade, em oposição, debruça-se sobre a dinâmica de sistemas abertos e distantes do equilíbrio, os quais espelham de forma mais próximas os sistemas reais e não ideais.

Christofolletti (1999) corrobora essa visão, descrevendo que, na natureza, os processos se organizam em sistemas que buscam constantemente a estabilidade por meio de sua dinâmica interna. Essa estabilidade dinâmica é possibilitada pelas trocas incessantes de matéria e energia entre os ambientes externo e interno. Os sistemas que permitem tal fluxo são denominados sistemas abertos, equivalendo-se, em sua essência, aos sistemas complexos.

2.2 Sistemas Dinâmicos

Strogatz (2014) reforça que estudos de sistemas dinâmicos são ferramentas fundamentais para compreender como o estado de um sistema evolui com o tempo, a partir de regras bem definidas. A descrição fenomenológica da natureza consistiu em um dos principais objetivos das ciências naturais. Nesse contexto, observa-se a aparente aleatoriedade dos fenômenos e, a partir dela, formulam-se teorias. Por meio de estudos sistemáticos, identifica-se uma ordem subjacente, regida por leis bem definidas, que por sua vez validam ou refutam as hipóteses teóricas inicialmente idealizadas com base na observação.

Na busca por descrever a dinâmica dos fenômenos observados, investigam-se as relações entre as variáveis que interagem em determinado contexto, dando origem ao estudo dos sistemas. De acordo com Monteiro (2011), um sistema pode ser descrito como um conjunto de objetos agrupados que interagem ou possuem interdependência, ou seja, nos quais se observam relações de causa e efeito entre seus elementos. Quando as grandezas físicas que caracterizam o sistema variam ao longo do tempo, temos o que se denomina um sistema dinâmico.

As grandezas físicas que compõem um sistema classificam-se em variáveis dependentes e independentes. Monteiro (2011) acrescenta que as variáveis dependentes se alteram conforme uma função estabelecida pela variação de outras grandezas, enquanto as variáveis independentes variam de maneira livre. Essa relação funcional é essencial para a modelagem matemática de sistemas naturais. Já Kell & Oliver (2004), em discussão sobre modelagem de sistemas biológicos, destacam que a distinção entre variáveis dependentes e independentes é central para a interpretação causal em ciência, embora em sistemas complexos essa relação possa ser bidirecional e não linear.

Uma classificação essencial para a modelagem desses sistemas diz respeito à natureza da variável temporal. Nesse aspecto, Villate (2011) diferencia sistemas dinâmicos discretos e contínuos. Sistemas dinâmicos discretos segundo Villate (2011) correspondem a sistemas em

que os estados assumidos por ele só mudam durante os instantes $\{t_0, t_1, t_2, \dots, t_n\}$. A variável temporal (t) é indexada por números naturais não nulos, ou seja, $t \in T = N^*$. Por sua vez, nos sistemas dinâmicos contínuos, a variável temporal assume valores em um intervalo real, de forma que: $t \in T = R$. Isso significa que o estado do sistema evolui suavemente a cada instante. Essa distinção determina o conjunto de ferramentas matemáticas mais adequadas para analisar o comportamento do sistema.

A análise da dinâmica e dos estados assumidos por sistemas dinâmicos é passível da abordagem diversas por uma gama de métodos matemáticos. Conforme Capra (1997) destaca, muitas das técnicas capazes de revelar a ordem subjacente a sistemas aparentemente irregulares têm sua base na revolucionária abordagem topológica desenvolvida por Henri Poincaré de 1890. Em suas investigações Poincaré (1890) introduziu de maneira qualitativa e geométrica o estudo da dinâmica, fundamentando conceitos como retratos de fase e seções de Poincaré, que se tornaram pilares para a Teoria do Caos e dos sistemas dinâmicos modernos.

Esses fundamentos permitem a modelagem matemática precisa de sistemas dinâmicos. Para sistemas discretos, uma abordagem amplamente utilizada é a representação por meio de funções iterativas. Neste formalismo, o estado futuro do sistema é definido em função do estado presente, conforme expresso pela equação:

$$x_{t+1} = f(x_t) ; t \in N^* \quad 2.1$$

em que x_t representa o estado do sistema no instante discreto t , e f é uma função que define a transição de um estado para o próximo.

Para sistemas dinâmicos contínuos, a evolução temporal é classicamente descrita por equações diferenciais. A taxa de variação instantânea do estado do sistema em relação ao tempo é modelada por uma função que depende do estado atual e, potencialmente, do próprio tempo. Esta relação é comumente expressa na forma:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = f(x, t) \quad 2.2$$

A equação 2.2 descreve uma Equação Diferencial Ordinária (EDO) de primeira ordem. Villate (2019) descreve que uma EDO é uma expressão matemática que relaciona uma função às suas derivadas, atuando como equações cinemáticas que descrevem a evolução de um sistema. No caso da expressão 2.2: $x(t)$ e $\dot{x}$. Por fim, a EDO é dita de primeira ordem, se a

única derivada que aparece na equação é de primeira ordem. De forma geral, se a variável independente é o tempo “ t ” e a dependente é qualquer “ x ”, a equação diferencial pode ser escrita conforme a representação da equação 2.2.

Há casos em que a variável temporal, embora fundamental para a dinâmica, é implícita na evolução da dinâmica do sistema. Oliveira (2006) nomeia esses casos de equações autônomas; por sua vez, casos em que a variável temporal é explícita são chamados de equações não autônomas.

Uma EDO admite uma variedade de soluções possíveis, corretas para cada situação, dadas as condições iniciais de (t_0, x_0) , isto para casos em que há dependência temporal explícita. Em casos em que é implícita a variável t , ainda que x seja uma função de dependência temporal, as soluções são independentes do parâmetro temporal inicial, ou seja, para uma mesma condição inicial x_0 aplicada em diferentes tempos $t_0, t_1, \dots, t_n$, as soluções serão idênticas, deslocadas ao longo do eixo temporal, $(t_0, x_0), (t_1, x_0), \dots, (t_n, x_0)$. Villate (2019) ressalta que, nesses sistemas, a evolução a partir de x_0 é a mesma, independentemente de quando a dinâmica se inicia.

O estudo de sistemas dinâmicos, se dedica fundamentalmente a identificação de estados de equilíbrio. Villate (2019) descreve que um ponto de equilíbrio é considerado estável se, ao ser perturbado, as forças ou dinâmicas resultantes atuam no sentido de restaurar o sistema à sua condição original. Em contrapartida, em um equilíbrio instável, qualquer perturbação, por menor que seja, induz forças que tendem a afastar o sistema ainda mais de sua posição de equilíbrio.

2.2.1 Linearidade

É considerado linear um sistema que sua dinâmica pode ser representada por uma equação diferencial linear, ou seja, uma combinação de termos lineares. A tais sistemas são aplicáveis princípios da aditividade e da homogeneidade, nos quais a resposta resultante de múltiplas excitações equivale à superposição das respostas individuais a cada excitação. Conforme destacam Nicolis e Prigogine (1998), em um sistema linear, o efeito combinado de diferentes causas correspondem à soma dos efeitos de cada causa considerada isoladamente.

De maneira geral, Villate (2019) ressalta que um sistema dinâmico com duas variáveis de estado, descrito pelas equações:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) \quad \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) \quad 2.3$$

é linear se as funções f_1 e f_2 forem combinações lineares das variáveis de estado:

$$f_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \quad f_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 \quad 2.4$$

em que A_{11} , A_{12} , A_{21} e A_{22} são parâmetros constantes característicos do sistema. Nota-se que, nas equações 2.3 e 2.4, não há dependência explícita do tempo. Alternativamente, a dinâmica do sistema pode ser expressa na forma matricial:

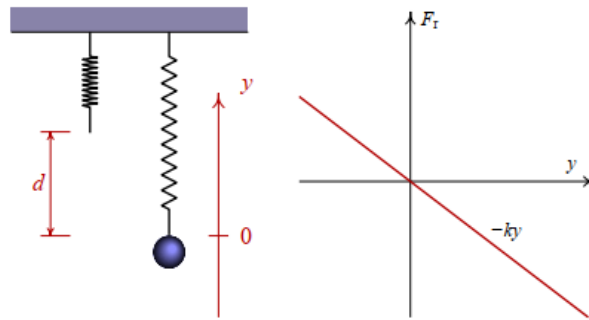
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad 2.5$$

A estabilidade do sistema é determinada igualando o lado esquerdo de (2.5) a zero, resultando em um sistema de equações lineares homogêneas. Em tais sistemas, sempre existe a solução trivial em que todas as variáveis são nulas. No entanto, se o determinante da matriz do sistema for nulo, há infinitas soluções; caso contrário, o sistema admite um único ponto de equilíbrio.

Villate (2019) acrescenta que, quando as equações de evolução incluem um termo constante adicional, o equilíbrio do sistema é deslocado, mas a dinâmica permanece passível de descrição por um modelo linear.

Considere, como exemplo, um sistema massa-mola sem dissipação, realizando um movimento vertical de oscilação – um caso típico de Movimento Harmônico Simples (MHS). Esse sistema ilustra claramente um equilíbrio deslocado, conforme representado na Figura 1.

Figura 1: Esfera acoplada a mola e força resultante vs deslocamento vertical.



Fonte: Villate, 2019.

Ao acoplar uma esfera à mola, a condição de equilíbrio estático é dada por:

$$m\vec{g} = k\vec{d} \quad 2.6$$

em que, m a massa, $\vec{g}$ a aceleração gravitacional, k constante elástica e $\vec{d}$ a deformação da mola resultado de seu deslocamento.

Dessa maneira o deslocamento da mola “ $\vec{d}$ ” no equilíbrio é $\vec{d} = m\vec{g}/k$. Definindo a origem do sistema na posição livre da mola, a deformação é $(\vec{d} - \vec{y})$, e a força resultante é:

$$\vec{F}_r = k(\vec{d} - \vec{y}) - m\vec{g} = -k\vec{y} \quad 2.7$$

Aplicando a segunda lei de Newton, obtém-se a aceleração:

$$\frac{d^2\vec{y}}{dt^2} = -\frac{k}{m}\vec{y} \quad 2.8$$

Definindo $\omega = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)}$ a equação anterior é reescrita como

$$\frac{d^2\vec{y}}{dt^2} = -\omega^2\vec{y} \quad 2.9$$

A dinâmica do sistema pode ser descrita por duas equações diferenciais lineares de primeira ordem, representando a posição $\vec{y}$ e a velocidade $\vec{v} = \frac{d\vec{y}}{dt}$. Para uniformizar as unidades, define-se $\vec{x} = \frac{\vec{v}}{\omega}$, uma variável com dimensão de comprimento, proporcional à velocidade. Em função das variáveis de estado x e y , obtém-se o sistema autônomo:

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{x}}{dt} &= -\omega\vec{y} \\ \frac{d\vec{y}}{dt} &= \omega\vec{x}\end{aligned}\tag{2.10}$$

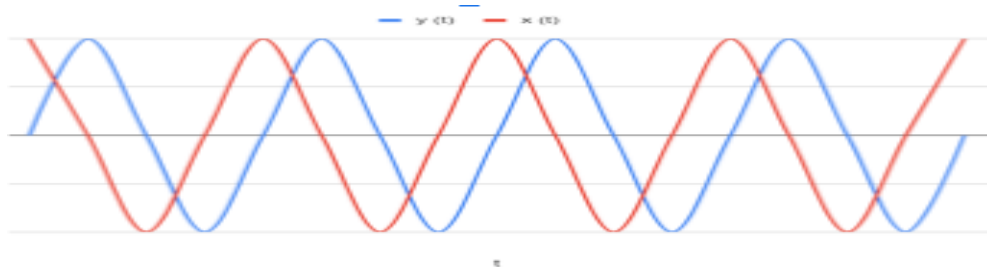
A solução dessas equações diferenciais, descreve uma função que derivada uma primeira vez retorna na função, multiplicada por uma constante e se derivada novamente o mesmo acontece. Uma solução que caracteriza isso é uma função senoide ou cossenoide.

$$\begin{aligned}\vec{x}(t) &= A\cos(\omega t + \varphi) \\ \vec{y}(t) &= A\sin(\omega t + \varphi)\end{aligned}\tag{2.11}$$

em que “ A ” é a amplitude do MHS, “ ω ” é a frequência angular e “ φ ” a constante de fase. A velocidade $\vec{v} = \omega\vec{x}$ está de acordo com a definição estabelecida. $\frac{d\vec{y}}{dt}$.

As equações apresentadas em 2.11 permitem analisar as posições de equilíbrio e a estabilidade do sistema para cada componente, conforme ilustrado na Figura 2.

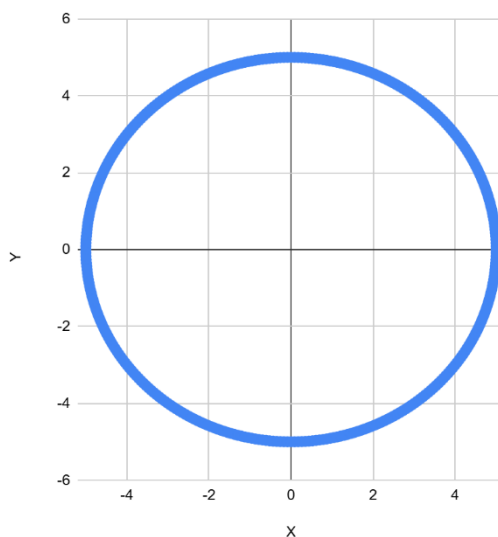
Figura 2: evolução temporal das funções do “y”, “x”.



Fonte: autor

A dinâmica do sistema também pode ser representada de forma autônoma, independente do tempo, em um gráfico de y versus x , como mostra a Figura 3.

Figura 3: evolução do oscilador harmônico simples descrito independente do tempo.



Fonte: autor

2.2.1.1 Espaço de Fase

Monteiro (2011) descreve que uma das técnicas fundamentais para investigar a evolução temporal de sistemas dinâmicos consiste na reconstrução do espaço de fase. Essa abordagem permite analisar qualitativamente o comportamento do sistema sem a necessidade de obter soluções analíticas explícitas para as equações diferenciais que o descrevem. Oliveira (2006) complementa que, nessa perspectiva, a ênfase recai sobre a descrição das propriedades topológicas e geométricas das trajetórias formadas pelas variáveis de estado, substituindo a busca por fórmulas fechadas.

Conforme ilustrado na Figura 3, a dinâmica do oscilador harmônico simples é completamente determinada pelos estados sucessivos assumidos pelas variáveis x e y , permitindo a reconstrução de um espaço de estados. Capra (1997) ressalta que Poincaré foi pioneiro ao descrever características qualitativas em suas soluções como estabilidade, periodicidade e bifurcações. Essas poderiam ser estudadas sem a determinação explícita das funções temporais, no nosso caso: $x(t)$ e $y(t)$.

A esse espaço abstrato, em que cada ponto representa um estado instantâneo do sistema, dá-se o nome de espaço de fase. Segundo De Paulo (2015), a reconstrução da dinâmica no espaço de fase baseia-se no espaço multidimensional gerado pelas variáveis constitutivas do sistema e pelos valores que estas assumem ao longo do tempo. Savi (2002) define o espaço de fase como um ambiente matemático abstrato no qual são dispostos vetores de estado

$\vec{q} = (q_1(x_1, x_2, \dots, x_k), q_2(x_1, x_2, \dots, x_k), \dots, q_n(x_1, x_2, \dots, x_k))$, em que cada q_i é uma função das coordenadas generalizadas $x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t)$. Tais vetores são n -dimensionais, e seus eixos cartesianos correspondem a essas mesmas coordenadas.

Nessa representação, a evolução temporal não é explicitamente representada, embora seja governada por um sistema de equações diferenciais de primeira ordem da forma:

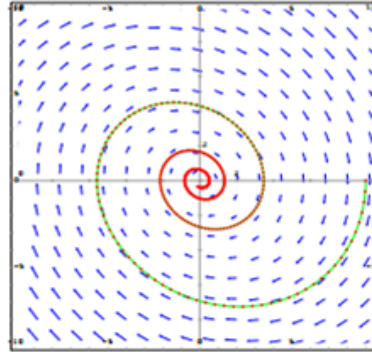
$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_k, t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_k, t) \\ &\vdots \\ \frac{dx_k}{dt} &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_k, t) \end{aligned} \tag{2.12}$$

Monteiro (2011) enfatiza que a dimensão do espaço de fase é igual ao número de equações de primeira ordem independentes necessárias para descrever a evolução dinâmica do sistema. Nas equações 2.3 e 2.12, as grandezas x_k correspondem às variáveis de estado, enquanto as funções f_k constituem o que Villate (2019) denomina campo vetorial ou campo de velocidades do sistema. Esse campo vetorial define, em cada ponto do espaço de fase, um vetor tangente à trajetória do sistema, indicando a direção e sentido da evolução instantânea.

Em um instante t qualquer, o conjunto de valores assumidos pelas variáveis de estado define um ponto representativo no espaço de fase. A sucessão contínua desses pontos, ao longo do tempo, forma curvas orientadas conhecidas como trajetórias de fase ou, coletivamente, retrato de fase. A Figura 3, por exemplo, apresenta o retrato de fase do Oscilador Harmônico Simples não amortecido, no qual as trajetórias formam elipses concêntricas, refletindo a conservação de energia.

Para um sistema com dissipação de energia, como o Oscilador Harmônico Amortecido, o retrato de fase assume caráter espiralado, com as trajetórias convergindo assintoticamente para o ponto de equilíbrio, conforme ilustra a Figura 4.

Figura 4: retrato de fase de um oscilador harmônicos amortecido.



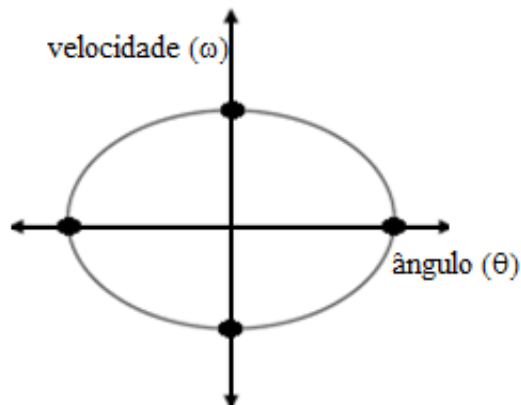
Fonte: Villate, 2019.

Um exemplo clássico de sistema não-linear é o pêndulo simples conservativo, cuja energia total é descrita pela hamiltoniana:

$$H = ml \left[\frac{1}{2} l \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + g(l - \cos\theta) \right] \quad 2.13$$

em que m representa a massa do pêndulo, l o comprimento da haste, θ o ângulo de abertura em relação à vertical e $d\theta/dt$ a velocidade angular ω . As variáveis de estado naturais para este sistema são o ângulo θ e a velocidade angular ω . A Figura 5 mostra uma trajetória típica desse pêndulo no espaço de fase.

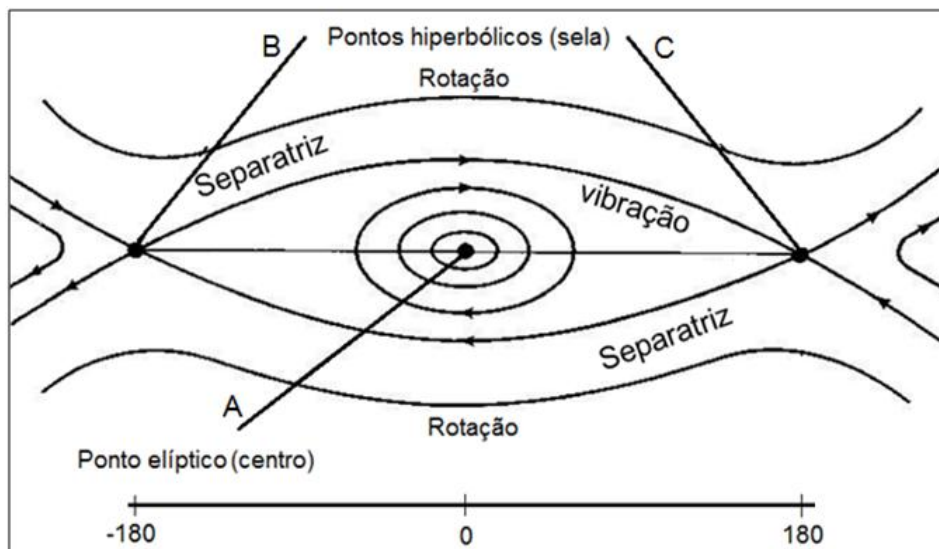
Figura 5: descrição da trajetória do pêndulo no espaço de fase.



Fonte: Stewart, 1991.

Em sistemas Hamiltonianos conservativos, como este, o espaço de fase é estruturado por vínculos energéticos. Para o pêndulo, os valores máximos de θ e ω são limitados pela energia total do sistema, que permanece constante. Diferentes níveis de energia inicial produzem retratos de fase qualitativamente distintos, como se observa na Figura 6.

Figura 6: retrato de fase de um pêndulo com diferentes energias aplicadas inicialmente.



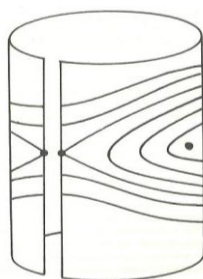
Fonte: Stewart, 1991.

O ponto A, localizado na origem $(\theta, \omega) = (0,0)$, corresponde ao estado de menor energia do sistema, representando um equilíbrio estável. Para energias ligeiramente superiores, as trajetórias assumem o formato de elipses fechadas, caracterizando o movimento

oscilatório (libração). Quando a energia inicial atinge um valor crítico, o pêndulo atinge as posições $\theta = \pm 180^\circ$ com velocidade angular nula – os pontos B e C. Estes representam estados de equilíbrio instável, sendo o limiar entre o movimento oscilatório e o movimento rotacional (rotação contínua). Para energias acima desse limiar, as trajetórias no espaço de fase tornam-se abertas, indicando que o pêndulo realiza rotações completas.

Stewart (1991) demonstra, mediante artifícios matemáticos de topologia diferencial, que os pontos B e C são topologicamente equivalentes. Essa equivalência torna-se geometricamente evidente quando o espaço de fase plano θ, ω é enrolado na superfície de um cilindro de acordo com a Figura 7, em que as bordas $\theta = -180^\circ$ e $\theta = +180^\circ$ se conectam continuamente, fazendo com que B e C coincidam em um único ponto.

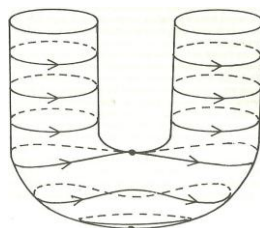
Figura 7: representação cilíndrica do espaço de fase, de um pêndulo ideal.



Fonte: Stewart, 1991.

A identificação $\theta \equiv \theta + 360^\circ$ é inerente à natureza angular da variável θ , implicando que -180° e $+180^\circ$ representam a mesma configuração Física. Contudo, nessa representação cilíndrica reta, a informação sobre os diferentes níveis de energia não é visualmente explícita em que A descreve o estado de menor energia, e os pontos B e C descreve a maior energia do sistema possível para movimento periódico. Como solução para esse problema Stewart (2019) sugere, curvar o cilindro no formato de “U”, de acordo com a figura 8.

Figura 8: espaço de fase cilíndrico, curvo em “U”, descendo diferentes níveis de energia para o movimento pêndulo simples.



Fonte: Stewart, 2019.

Nessa representação, torna-se imediatamente claro que o ponto A corresponde no mínimo de energia potencial, enquanto o ponto B e C, agora unificado, localiza-se no máximo de energia potencial compatível com o movimento oscilatório. Para energias totais superiores à energia potencial em B e C, o pêndulo adota movimento rotacional, e o espaço de fase curvado exhibe duas trajetórias distintas: uma correspondente à rotação horária e outra à rotação anti-horária, que percorrem os ramos superior e inferior do "U", respectivamente.

Esta representação não apenas ilustra vividamente a relação entre a geometria do espaço de fase e a energia do sistema, mas também evidencia a quebra de simetria que ocorre na transição entre os regimes oscilatório e rotacional.

2.2.2 Não Linearidade

Na figura 4, observamos um oscilador harmônico amortecido, ou seja, um sistema com mais variáveis independentes. Entretanto o tratamento para a descrição no espaço de fase é o mesmo, cada ponto representa um vetor de estado, esses assumidos pelas variáveis que compõem o sistema. Essas variáveis que compõem o vetor são representadas por cada uma das coordenadas em uma das dimensões do espaço de fase. Nessa abordagem, se um sistema tem n variáveis, um ponto no espaço carrega informações das n variáveis que o compõem.

Tais como sistemas lineares, em sistemas não lineares a variação temporal pode ser implícita ou explícita, como descreve Oliveira (2006). Portanto, esses sistemas podem ser definidos como autônomos ou não-autônomos também.

Villate (2011) aponta que um sistema autônomo é definido como não linear, se esse é descrito por duas equações diferenciais, em que as funções não são simplesmente a combinação linear entre as variáveis “ x ” e “ y ”, tais como os exemplos abaixo.

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y)$$

$$\frac{dy}{dt} = g(x, y) \quad 2.14$$

Exemplo:

$$\frac{dx}{dt} = 4 - x^2 - 4y^2$$

$$\frac{dy}{dt} = y^2 - x^2 + 1$$

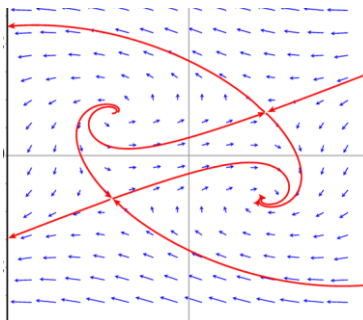
Uma consequência prática da ausência de combinação linear entre as variáveis é interpretada por Nicolis & Prigogine (1998); segundo eles para definir se uma função se comporta de forma linear ou não linear basta saber se há a aplicabilidade da propriedade da superposição. Conforme discutido na sessão, Linearidade: em um sistema linear a ação combinada de duas causas diferentes resulta na superposição dos efeitos de cada causa, considerados individualmente.

Savi (2002) ainda aponta que uma característica básica de um sistema dinâmico descrito por funções não lineares é que eles são sensíveis às condições iniciais e as variações de seus parâmetros. Essa variação pode ocasionar uma mudança inesperada no comportamento qualitativo do sistema, de forma que esse pode ocasionar um comportamento caótico. Exemplo de mudança na configuração do comportamento da dinâmica devido alteração nas condições iniciais e/ou paramétrica é observada na figura 6.

Não há técnicas analíticas gerais para solucionar essas equações, nesses casos os métodos numéricos, por exemplo, apresentam mais problemas. Porém o estudo gráfico da evolução da dinâmica do sistema no espaço de fase é satisfatório para analisar o comportamento deste (VILLATE, 2011). Os estados que cada variável assume, cujo seu conjunto descreve a evolução dinâmica é o objeto de análise nessa perspectiva.

Na figura 4, por exemplo, é possível notar um padrão de amortecimento na evolução do oscilador harmônico e a busca por identificar o padrão é o objeto estudado para identificar a dinâmica, a partir dele busca-se interpretar a dinâmica. O exemplo empregado na expressão 2.14, descreve o retrato de fase ilustrado na figura 9.

Figura 9: retrato de fase do sistema exemplificado na equação 2.14.



Fonte: Villate 2011.

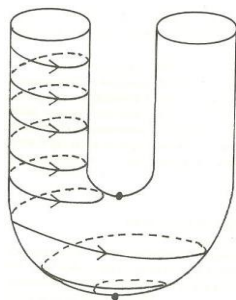
Observe que aparentemente na figura 9 o campo de direções - em azul -, não apresenta ordem - diferente da figura 4 -, isso pois não é possível identificar alguma forma geométrica. No entanto, ainda sim é possível identificar um “caminho” ordenado, ainda que estranho, para o qual o campo de direção aponta, de modo que a dinâmica do sistema tenha essas características.

2.2.2.1 Atratores

Nussenzveig (2003) descreve que o atrator de um sistema dinâmico é uma situação para a qual, ainda que empregando muitos possíveis e diferentes estados iniciais, o sistema tende a assumir, isto após um tempo suficientemente longo. Na figura 4 por exemplo, que estuda um oscilador harmônico amortecido - pode representar também um pêndulo amortecido -, vemos que o sistema tende ao repouso, independente das condições iniciais empregadas a ele.

Stewart (1991) demonstra que utilizando o recurso de topologia conforme a figura 8, para descrever a dinâmica de um pêndulo amortecido, será possível observar sua dinâmica conforme a figura 10.

Figura 10: espaço de fase de um pêndulo amortecido, enrolado de forma cilíndrica e dobrado em "U".



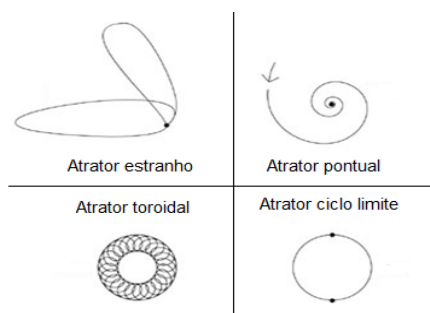
Fonte: Stewart, 1991.

Observe que o sistema parte de um estado com energia suficiente para realizar movimento circular, perdendo energia até começar a pendular, de forma que sua amplitude de oscilação diminuía. Após um tempo suficientemente grande o sistema encontra-se em repouso. Note que o sistema descreve no espaço de fase uma trajetória até o ponto do estado em que a energia do sistema é mínima. Segundo Stewart (1991), a esse estado de preferência do sistema em que a sua energia é mínima e eventualmente ele estabiliza dá-se o nome de atrator.

Segundo Ramesh et. al. (2018) a reconstrução de atratores possibilita caracterizar os estados físicos de acordo com sua previsibilidade, possibilitando estudar características dos estados do sistema do qual pode-se esperar futuras previsões. De acordo com Eckmann e Ruelle (1985), um atrator pode ter a mesma quantidade de graus de liberdade que as variáveis que influenciam o sistema que ele caracteriza, de modo que a análise do atrator fornece informações do comportamento das variáveis que compõem o sistema.

Conforme a figura 11, na literatura é encontrado quatro tipos básicos de atratores, eles são classificados topologicamente de acordo com as características que eles assumem em seus respectivos sistemas.

Figura 11: tipos básicos de atratores.



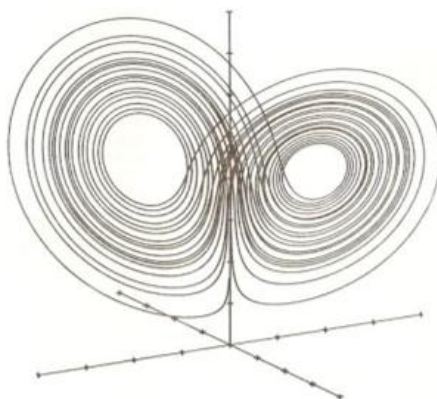
Fonte: Prado, 2017.

- Atratores Pontuais (estáveis): de ordem zero, esses são atratores que convergem para um único ponto no espaço de fase. São descritos como estáveis pois esses derivam de sistemas que atingem o equilíbrio estável.
- Atratores cíclicos limite (periódicos): de ordem um, descrevem uma circunferência no espaço de fase. Esses são atratores que derivam de sistemas periódicos.
- Atratores toroidais (quase-periódicos): são de ordem dois, eles derivam de sistemas cíclicos, eles têm componentes superpostos com frequências na mesma série. Por esse motivo, atratores desse tipo perfazem dois ciclos e se estabilizam formando um solenoide.
- Atratores estranhos (aperiódicos): sua ordem é maior que dois, podendo ser inteiros ou reais. São atratores que derivam de sistemas sensíveis às condições iniciais, ou seja, esses descrevem um sistema não linear.

Castilho (2011) enuncia que os atratores estranhos descrevem trajetórias aperiódicas - ou periódicas se consideramos como período infinito -, nunca se cruzam de modo que sua tenha comprimento infinito e está disposta em uma área finita do espaço de fase de volume zero. Tsonis (1992) descreve que essa condição é satisfeita pois esses atratores descrevem geometria fractal.

Em 1963 Lorenz publica o primeiro atrator estranho (figura 12), ele apresenta um comportamento complexo, embora seja regido por poucas e simples equações diferenciais. Moreira (1993) diz que a dinâmica apresentada por Lorenz exibe características não usuais.

Figura 12: o atrator de Lorenz de 1963.



Fonte: Gleick, 1990.

Sistemas que apresentam atratores estranhos são chamados de caóticos determinísticos, ou seja, embora descreva um comportamento aperiódico e imprevisível, a sua dinâmica é regida por equações diferenciais determinísticas simples.

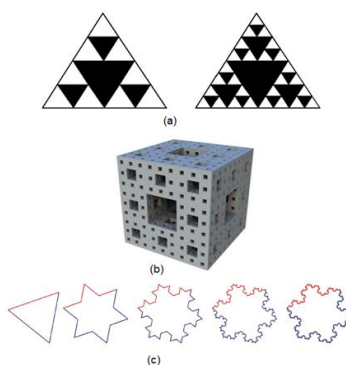
Van Den Bleek e Schouten (1993) descrevem que um sistema caótico está imerso em um espaço de fase n -dimensional, de forma que n é a dimensão de imersão do atrator e representa o número de graus de liberdade do sistema no espaço de fase verdadeiro. O atrator, mesmo imerso em um espaço n -dimensional, é restrito a apenas uma parte do seu espaço de fase. Segundo Castilho (2011), isto dá-se por conta da natureza fractal do atrator, sua estrutura é caracterizada por um número adimensional, a “dimensão de correlação”, um número não-inteiro que se refere à medida que o atrator preenche o espaço de imersão.

2.2.2.2 Dimensionalidade Fractal

Segundo Razminia et. al. (2020), a definição formal de fractais e seu conceito matemático é difícil até mesmo para matemáticos, entretanto Mandelbrot em 1975 afirma que um conjunto é denominado fractais se sua dimensionalidade de Hausdorff - dimensão fractal - for estritamente menor que a sua dimensão topológica. A dimensionalidade topológica de um sistema é sempre um número inteiro, logo a dimensionalidade do fractal é um número real. Os fractais são um conjunto de objetos cuja forma é irregular ou fragmentada e apresenta essencialmente a mesma estrutura em todas as escalas, (NUSSENZVEIG, 2003). São suas principais características conforme a figura 13:

- Autossimilaridade, essa pode ser determinista ou estatística.
- Irregularidade, ou fragmentação em sua geometria.
- Sua dimensão não é inteira.

Figura 13: objetos fractais; (a) triângulo de Sierpinski, (b) Esponja de Menger e (c) curva de Koch.



Fonte: Moysés, 1999.

A definição de *dimensão topológica* é construída por Poincaré e Brouwer no início do século XX. Por definição, uma das propriedades da dimensão topológica elimina ao menos uma das variáveis do problema, de forma que possibilite melhor a dinâmica global do sistema. Nussenzveig (2003) descreve que outra definição de dimensionalidade é dada por Kolmogorov, ele aponta que é a quantidade que mede o quanto um objeto ou um conjunto preenche um lugar no espaço que está imerso. A ideia de Kolmogorov é a que mais se aproxima da definição da dimensionalidade do atrator. Por sua vez, Eckmann & Ruelle (1985) apontam que a dimensão de um conjunto é a quantidade de informação necessária para definir em um espaço pontos com exatidão.

O conceito de dimensão como número de coordenadas necessárias para definir estados é um conceito geométrico com relação com escalas de volumes, ou hiper volumes, em função de parâmetros de complementos conforme a equação a seguir.

$$V \propto L^d \quad 2.15$$

em que “ V ” é o volume, “ L ” é o comprimento e “ d ” é a dimensionalidade.

Isolando d :

$$d = \frac{\log(V)}{\log(L)} \quad 2.16$$

Essas aplicações “ V ” e “ L ” são um subconjunto de $\mathbb{R}^m$, dessa forma as métricas naturais a serem usadas são definidas pela norma, a equação 2.16 transforma-se em:

$$d = \frac{\log(N_\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} \quad 2.17$$

em que “ N_ε ” é a quantidade de segmentos e “ ε ” tamanho relativo de um segmento.

Campanharo et al. (2007) enuncia que um atrator imerso espaço de fase de dimensão progressivamente mais elevado exibe cada vez mais sua estrutura complexa com seus desdobramentos e suas medidas de dimensão aumentada. Essa característica aumenta

continuamente até que o atrator seja revelado por completo. Essa condição é alcançada quando a dimensão de imersão é suficientemente alta. A medida da densidade da dimensão do atrator imerso no espaço de fases denomina-se de “dimensão de correlação” o seu método é descrito por Grassberger e Procaccia (1983). Esse método fornece uma estimativa do número mínimo de equações diferenciais necessárias para descrever a dinâmica do sistema. A dimensão de correlação D_c é dada por:

$$d_c = \frac{\log [C(R)]}{\log [R]} \quad 2.18$$

“ $C(r)$ ” é uma função de correlação integral e é dada por:

$$C(r) = \left(\frac{1}{N^2}\right) \sum_{\substack{i,j=1; \\ i \neq j}}^N \theta(r - |X_i - X_j|) \quad 2.19$$

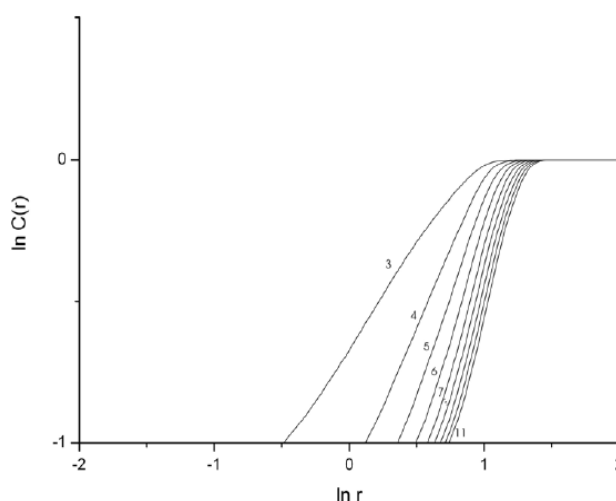
em que “ N ” é o número de pontos analisados no atrator, a função “ θ ” é uma função degrau de Heaviside, sob as seguintes condições:

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad 2.20$$

“ $C(r)$ ” é obtido primeiramente adotando um ponto de referência para “ X_i ” no espaço de fase, a partir desse ponto e com o auxílio da função 2.20, é contado número de pontos dentro do raio “ r ” da hiper esfera, obtém-se então a medida de quanto a presença deste ponto de referência influencia na posição dos demais dados, essa é de fato a função correlação. Por fim, o mesmo procedimento é repetido para todos os dados, em que a cada seção um dado é tomado como referência.

O valor da dimensão de correlação é obtido através da inclinação da curva $\log[C(r)]$ vs $\log[r]$, exemplificada na figura 14.

Figura 14: gráfico da dimensão de correlação pelo método de (GRASSBERGER e PROCACCIA, 1983).



Fonte: Grassberger e Procaccia, (1983).

O gráfico apresenta o formato de joelho em que a dimensão de correlação é revelada no eixo $\log[C(r)]$, no ponto em que o gráfico satura. O eixo $\log[r]$ ainda aponta a quantidade de variáveis que compõem o espaço de fase para reconstruir o atrator. Quanto maior a presença variáveis estocásticas o sistema apresenta menor será a tendência de joelho e mais difícil será caracterizar o atrator, conforme aponta De Paulo (2015).

2.2.3 Sistemas Naturais / Dinâmica Micrometeorológica

Lorenz quando descreve o seu atrator (figura 12), ele estava questionando os métodos de previsão do tempo da época, esses baseados em regressão linear. No entanto tais fenômenos são fundamentalmente não-lineares, de forma que tais métodos não apresentam resultados consistentes. A conclusão que Lorenz obteve foi que a previsão do tempo em um tempo suficientemente longo é impossível. Sistemas como o de Lorenz apresentam características de sistemas caóticos determinísticos.

Ruelle e Takens (1971) são responsáveis pela classificação do nome estranho os atratores descritos por sistemas caóticos. O nome foi adotado quando estudam o fenômeno da turbulência, segundo eles, a turbulência deveria descrever em um espaço de fase alguma configuração que eles nomeiam de “atrator estranho”. Diversos outros estudos em diversas áreas confirmaram a existências de atratores estranhos associados a situações específicas, obtidos a partir de séries temporais em diferentes áreas.

Atratores estranhos também foram identificados em fenômenos que se propunha a descrever a dinâmica de sistemas ambientais (naturais). Exemplos disto são trabalhos como de Fraedrich e Leslie (1989) que encontrou atratores estranhos em trajetórias de ciclones tropicais, o trabalho de Gober et al. (1992) que identificou em séries temporais relacionadas ao El Niño ou ainda o estudo da previsibilidade da variação decadal do pacífico estudada por Ramesh et al. (2018). Outros trabalhos deste século são, por exemplo, os de trabalhos que buscam identificar a dinâmica da floresta Amazônica Legal, como os de Mello (2010) ou De Paulo (2015) que estuda a floresta de transição da Amazônia.

Portanto, sistemas ambientais são sistemas complexos: permitem fluxo de matéria e energia, são sistemas fora do equilíbrio - embora admitam estabilidade -, não-lineares e em um espaço de fase apresentam dinâmica fractal, ou seja, descrevem autossimilaridade, irregularidade em sua geometria e dimensionalidade não inteira. Outra característica desses sistemas é o acoplamento estrutural. Maturana et al. (1997) chamam de acoplamento estrutural a compatibilidade entre as variáveis que compõem o sistema perturbando-se mutuamente, ocasionando mudanças de forma não destrutiva buscando manter a estabilidade do sistema.

A característica de acoplamento estrutural das variáveis atmosféricas é apresentada por De Paulo (2015). Em seu estudo é observado que a maior presença de umidade, graças ao período de chuva, provoca alteração na estrutura do atrator observado no período seco. Além disso, o atrator observado no período chuvoso apresenta em sua estrutura níveis maiores de complexidade. Portanto devido o acoplamento estrutural um sistema complexo e dinâmico - como as interações micrometeorológicas - uma variável influencia na dinâmica das demais, porém o sistema tende a voltar para o seu estado de maior estabilidade.

2.3 Séries Temporais

Conforme mencionado na sessão anterior a obtenção de atratores é dado utilizando séries temporais, ou seja, para cada variável que compõem o espaço de fase - cada eixo de espaço - descreve a série de uma variável e essa demonstra como a série se comporta ao longo do tempo.

Gomes (2004) enuncia que a qualquer conjunto de observações realizadas sequencialmente ao longo do tempo é atribuído o nome de séries temporais. As séries temporais podem ser contínuas ou discretas, enquanto contínuas, as observações são realizadas

continuamente ao longo do tempo; já as séries temporais discretizadas, descrevem observações realizadas em tempos específicos, nesses casos geralmente o intervalo entre uma observação e outra é igual.

Se para um sistema estudado, são observadas n variáveis, a série temporal é multivariada, dada por:

$$\{X_1(t), X_2(t), \dots, X_k(t); t \in T\} \quad 2.21$$

em um espaço de fase, as coordenadas generalizadas “ X_k ” descreve as variáveis, cada uma em um eixo do plano cartesiano.

Segundo Ehlers (2005), nesses casos várias séries relacionadas são analisadas de maneira conjunta, ou seja, cada tempo “ t ” descreve um vetor de estado observado. Cada “ t ” revela o estado que cada variável assume e conseqüentemente o estado do sistema. Nicolis & Prigogine (1998) observa que por conta do acoplamento estrutural, ainda que analisado apenas uma variável - apenas uma série temporal - estamos na realidade considerando e obtendo informações de várias outras variáveis independentes.

O estudo de séries temporais é um método importante pois apresenta os seguintes principais objetivos:

- É possível identificar padrões de tendências de um sistema, se este apresenta sazonalidade, se há observações discrepantes e ainda se este apresenta mudança estrutural em seu padrão de comportamento sazonal.
- Devido ao acoplamento estrutural é possível utilizar uma série para explicar variação em outra.
- Há possibilidade de prever valores futuros ou supor passado com a série original. Entretanto assume-se que o futuro é incerto e as previsões são incertas por conta da forte interação entre as variáveis.
- O controle dos processos, pois os valores das séries temporais medem a “qualidade” de um processo.

2.4 Saldo de Radiação e Balaço de Energia

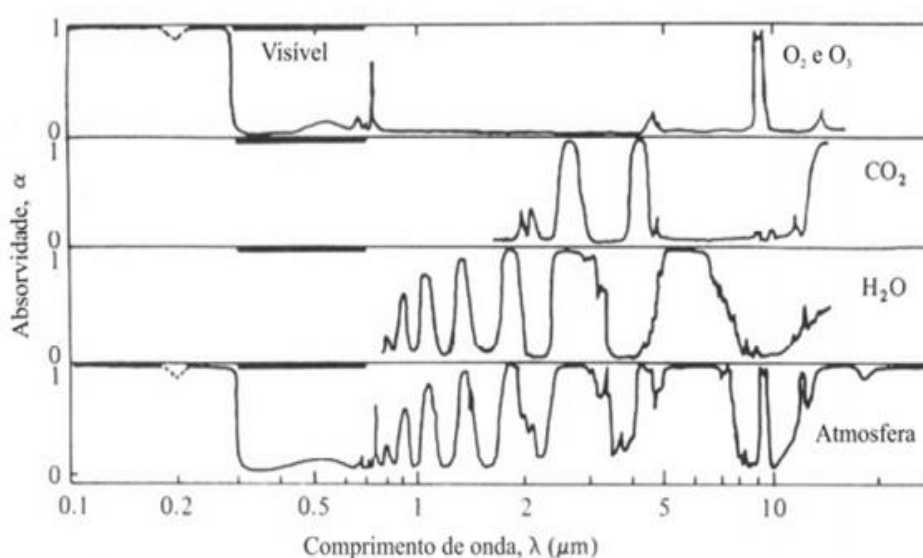
2.4.1 Saldo de Radiação

De forma geral, toda a energia presente na Terra tem, em última instância, origem no Sol. Borges et al. (2010) afirmam que a radiação solar constitui a principal fonte de energia para todos os fluxos energéticos que ocorrem no sistema solo-planta-atmosfera.

Monteith (1973) estabelece que o espectro solar pode ser dividido em três regiões principais: ultravioleta, comprimentos de onda entre $0,3 \mu\text{m}$ e $0,4 \mu\text{m}$, visível, de $0,4 \mu\text{m}$ a $0,7 \mu\text{m}$ e infravermelho, de $0,7 \mu\text{m}$ a $3,0 \mu\text{m}$. A energia radiante emitida pelo Sol propaga-se através do espaço e atinge o topo da atmosfera terrestre após percorrer aproximadamente $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ em cerca de 480 s. A densidade de fluxo energético que incide no topo da atmosfera, conhecida como constante solar, é de aproximadamente 1370 W/m^2 .

A atmosfera terrestre é composta por uma matriz básica de ar seco, constituída principalmente por nitrogênio (N_2 , $\sim 78\%$), oxigênio (O_2 , $\sim 21\%$) e outros gases em concentrações menores e variáveis, como dióxido de carbono (CO_2), metano (CH_4), óxido nitroso (N_2O), ozônio (O_3) e vapor de água (H_2O). Essa composição desempenha um papel fundamental na manutenção da vida no planeta. Do ponto de vista físico, sua importância reside na capacidade de absorver e espalhar a radiação solar em bandas específicas do espectro eletromagnético, modulando a quantidade e a qualidade da radiação que efetivamente atinge a superfície. A Figura 15 ilustra as principais bandas de absorção da radiação solar pelos constituintes atmosféricos.

Figura 15: absorção dos principais componentes atmosféricos.



Fonte: Seinfeld, 1998.

A radiação ultravioleta é atenuada pela absorção do ozônio e do oxigênio, além de sofrer espalhamento na atmosfera. Essa redução é crucial, uma vez que a radiação UV é altamente energética e ionizante, capaz de induzir mutações em células animais e vegetais. Em consequência desses processos, a participação da radiação UV reduz-se de aproximadamente 7% no topo da atmosfera para cerca de 3% ao nível do mar.

Em condições naturais, Seinfeld et al. (1998) destacam que a atmosfera mantém relativa estabilidade na composição de seus constituintes, graças a processos dinâmicos de troca de gases com a vegetação, oceanos e organismos biológicos. Tais processos formam ciclos biogeoquímicos que envolvem tanto mecanismos físicos quanto bioquímicos.

Dentre os processos bioquímicos, destacam-se três constituintes atmosféricos essenciais à vida: o oxigênio, mantido em altos níveis por organismos fotossintetizantes e indispensável para a respiração; o vapor de água, que regula a transpiração vegetal; e o dióxido de carbono, matéria-prima para a fotossíntese. Vale notar, na Figura 15, a presença de uma “janela” de baixa absorção na região do visível, que se refere à radiação fotossinteticamente ativa (PAR).

Segundo Querino et al. (2017), toda a radiação solar que atinge a superfície terrestre é denominada radiação global “ R_g ”. Conhecer R_g e seus componentes é fundamental para determinar a energia total disponível no sistema solo-planta-atmosfera, compreender os processos atmosféricos e, conseqüentemente, as condições de tempo e clima. Gusmão (2012) ressalta que R_g é responsável por processos de natureza Química, Física e Biológica. Conforme Pavão et al. (2018), R_g apresenta variações sazonais em função do movimento aparente do Sol, que define as estações do ano. Adicionalmente, observam-se variações diárias, de modo que diferentes localidades, em um mesmo intervalo de tempo, podem experimentar valores distintos de R_g .

Nem toda a radiação que chega à superfície está disponível para os processos naturais. Parte dela é refletida pela superfície, outra fração é espalhada pela atmosfera, e a própria superfície, em virtude de seu aquecimento, emite radiação. Desse balanço entre entradas e saídas radiativas resulta o saldo de radiação (R_n), ou seja, a radiação líquida que permanece disponível para impulsionar os processos ecofisiológicos.

O saldo de radiação é obtido a partir do balanço de ondas curtas (BOC) e do balanço de ondas longas (BOL). As ondas curtas (0,3 μm a 4,0 μm) são originárias do Sol, devido à sua alta temperatura. Como mencionado, uma parcela atinge a superfície diretamente (R_g), e outra

é refletida (R_{g_ref}). Querino (2013) define o albedo (α) como o coeficiente de reflexão de uma superfície, dado pela razão entre R_{g_ref} e R_g . O albedo representa a capacidade de uma superfície refletir radiação eletromagnética. Inamdar et al. (2015) sugerem que variações no albedo implicam alterações no microclima local, pois afetam a quantidade de energia armazenada na interface biosfera-atmosfera.

O BOL, por sua vez, descreve o saldo entre a radiação de onda longa atmosférica (R_{atm}) – emitida pelos gases e nuvens – e a radiação emitida pela superfície (R_{sup}). Enquanto R_{sup} depende principalmente da temperatura superficial, conforme a lei de Stefan-Boltzmann, R_{atm} é influenciada por fatores como a pressão de vapor d'água e a cobertura de nuvens no momento da observação.

De modo geral, as estimativas empíricas para o saldo de radiação (R_n) partem da seguinte equação:

$$R_n = [R_g(1 - \alpha)] + [R_{atm} - R_{sup}] \quad 2.21$$

As condições atmosféricas influenciam diretamente a disponibilidade de R_n . Geralmente, durante o dia, R_n é positivo, indicando predomínio do ganho energético. À noite, como R_n é negativo, ocorre o processo de resfriamento. Dias nublados tendem a apresentar menor entrada de R_g , evidenciando a umidade como um agente modulador crucial do saldo de radiação.

2.4.2 Balanço de Energia

A energia disponível na interface Terra-atmosfera, representada pelo saldo de radiação (R_n), é distribuída principalmente entre os processos: transpiração vegetal, evaporação, aquecimento do ar, aquecimento do solo, fotossíntese, armazenamento de energia pela biomassa, em florestas, ou do dossel urbano, além do armazenamento na água, no caso do Pantanal. Os processos de transpiração e evaporação são tratados conjuntamente como evapotranspiração (ET). Parte de R_n é convertida em calor sensível (H), que aquece o ar, e em fluxo de calor no solo (G). Aproximadamente 1-3% de R_n é, em média, utilizado no processo fotossintético, uma fração considerada pequena, mas vital para a produtividade dos ecossistemas (Montieth, 1973; Da Rocha et al., 2004).

Dessa forma R_n , descreve também a energia disponível e distribuída para a realização dos processos acima descritos. Assim podemos reescrever R_n da seguinte maneira:

$$R_n = ET + H + G \quad 2.22$$

A partição de R_n entre esses componentes não é fixa, variando mente em função do tipo de cobertura da superfície, da disponibilidade hídrica e das condições atmosféricas. Machado et al. (2016) destacam que o balanço de energia apresenta uma marcante variação sazonal, com aumento de ET durante as estações chuvosas e consequente redução de H e G . A menor energia disponível para aquecer o ar e o solo resulta em temperaturas mais amenas. Portanto, a disponibilidade hídrica no solo e na atmosfera atua como um regulador fundamental da distribuição de R_n . Esse comportamento decorre do alto calor específico da água e da elevada demanda energética para sua evaporação (calor latente), um princípio bem estabelecido na Física de superfícies (Brutsaert, 1982; Ward & Robinson, 2000).

A estrutura da vegetação é um dos fatores mais importantes na modulação do balanço. Em ecossistemas florestais, como a Amazônia, a densa e complexa arquitetura do dossel favorece uma partição em que a evapotranspiração (ET) é o componente dominante. A grande área foliar, a profundidade do sistema radicular (que acessa reservas de água mais profundas) e a rugosidade da superfície que favorece a turbulência, resultam em uma eficiente conversão de R_n em calor latente. Estudos de Von Randow et al. (2004) e Araújo et al. (2002) na Amazônia demonstram que a floresta intacta pode converter entre 70% e 80% do R_n em ET . Consequentemente, a parcela de energia destinada ao aquecimento do ar (H) e do solo (G) é relativamente pequena. Esse processo funciona como um mecanismo de autorregulação, em que a própria floresta promove um resfriamento evaporativo, mantendo temperaturas mais baixas e contribuindo para a reciclagem de umidade através das "chuvas de reciclagem" (Salati et al., 1979; Spracklen et al., 2012).

Em contraste, em áreas de solo exposto ou cobertas por vegetação rala e esparsa, típicas de pastagens, cerrado *sensu stricto* ou savanas, a partição de energia é drasticamente diferente. Nestes ambientes, a evapotranspiração (ET) é mente reduzida devido à menor biomassa vegetal, à limitação no acesso à água do solo (especialmente na estação seca) e à menor rugosidade aerodinâmica. Trabalhos como os de Santos et al. (2020) no Cerrado brasileiro e de Oke (1987) em savanas africanas mostram que a fração de R_n alocada em ET pode cair para 40-50%

na estação seca. Dessa forma, uma parcela muito maior do saldo de radiação (R_n) é convertida em calor sensível (H), aquecendo intensamente a camada superficial do ar. Simultaneamente, o fluxo de calor para o solo (G) também se torna mais significativo, especialmente durante o dia, quando a radiação solar incide diretamente sobre a superfície com pouca ou nenhuma sombra, podendo representar mais de 15% de R_n (Bastiaanssen et al., 1998; Oliveira et al., 2014).

Essa divergência na partição energética tem implicações diretas no microclima e no clima regional. Enquanto as florestas atuam amortecendo o aquecimento superficial, as áreas abertas ou degradadas funcionam como "ilhas de calor", em que a energia que não é consumida pela evaporação se manifesta como aumento de temperatura. Estudos de modelagem climática, como os de Nobre et al. (1991) e Costa & Pires (2010), indicam que o desmatamento em larga escala e a consequente alteração no balanço de energia podem levar a uma redução das chuvas locais e regionais e a um aumento da amplitude térmica diária.

É evidente o acoplamento estrutural entre o saldo de radiação, os processos superficiais, a presença de água e o tipo de cobertura vegetal. Em que todos esses processos estão diretamente ou indiretamente relacionando com a parcela da energia destinada ao aquecimento do ar, revelando assim um acoplamento entre o saldo de radiação, disponibilidade de água e temperatura do ar. Estudo de Von Randow et al. (2013) e Leite-Filho et al. (2021) revelam por exemplo que, a alteração da vegetação altera a equipartição dessas quantidades.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Área De Estudo

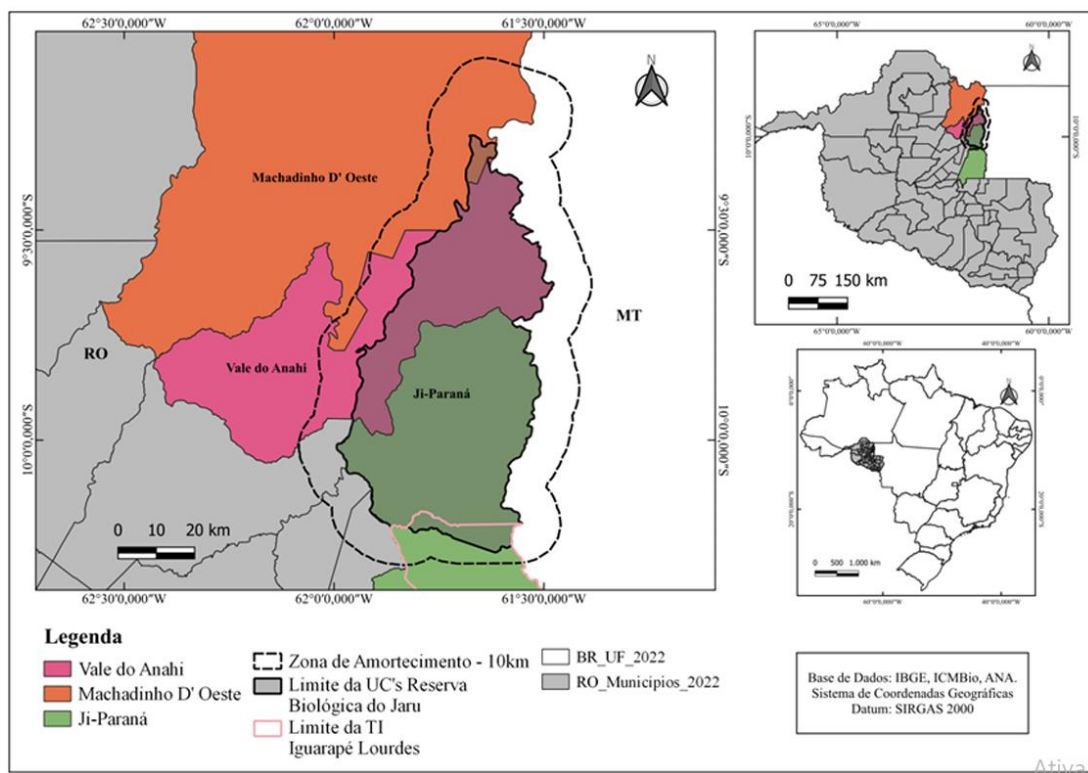
As metodologias desenvolvidas tiveram como objeto de estudo e aplicação principal a Reserva Biológica de Jaru, tendo por finalidade investigar a informação existente na temperatura do ar e sua relação entre umidade relativa e saldo de radiação. No intuito de investigar a reprodutibilidade da metodologia em outros biomas, a análise estatística de informação mútua, também foi realizada na região de Sinop.

3.1.1 Reserva Biológica de Jaru

A Reserva Biológica do Jaru, constitui uma unidade de conservação federal integrante do Sistema Nacional de Unidades de Conservação (SNUC), gerida pelo Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade (ICMBio). A Reserva Jaru está inserida no estado de Rondônia, distribuindo-se pelos municípios de Ji-Paraná, Vale do Anari e Machadinho d'Oeste conforme representado na Figura 16. Sua localização a insere em um ambiente geográfico praticamente isolado de outras regiões protegidas, tendo apenas a Terra Indígena de Igarapé do Lourdes em seu limite a sul. Em seu entorno a reserva desempenha papel de destaque na conservação da biodiversidade amazônica.

Historicamente, a pressão sobre os ecossistemas locais remonta à década de 1970, com a implementação de projetos de colonização agrícola coordenados pelo Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (INCRA), que aceleraram a alteração do uso do solo no entorno. Atualmente, os fragmentos florestais adjacentes a oeste e noroeste devem sua preservação, em grande medida, à existência de Reservas Extrativistas que implementam planos de manejo florestal. De forma semelhante, as extensões de floresta ao nordeste, no estado do Mato Grosso, são legalmente destinadas a usos que preconizam a manutenção da cobertura vegetal nativa (Justina, 2009).

Figura 16: Reserva Biologica de Jaru.



Fonte: Evangelista, 2025.

O domínio e aspectos da reserva se enquadram como de Floresta Ombrófila Aberta. A altura média da vegetação arbórea situa-se em torno de 30 metros, embora exemplares emergentes possam ultrapassar 45 metros de altura Zeri et al. (2015). De acordo com Novais & Machado (2023) a classificação como tipo Am no sistema de Köppen, o clima é definido como Equatorial semiúmido. Marcada por temperaturas médias anuais acima de 26 °C, com precipitação média anual superior a 2200 mm. A distribuição sazonal das chuvas apresenta um período de estiagem de quatro a cinco meses durante o inverno no hemisfério sul, compreendendo os meses de junho a setembro. No verão, concentra o volume mais expressivo de precipitações, com pico máximo no primeiro trimestre do ano. Os meses de maio e setembro representam os períodos de transição entre os regimes seco e chuvoso. Dessa forma, o ambiente da reserva é tipificado por condições de elevada temperatura e umidade atmosférica, com uma nítida sazonalidade climática.

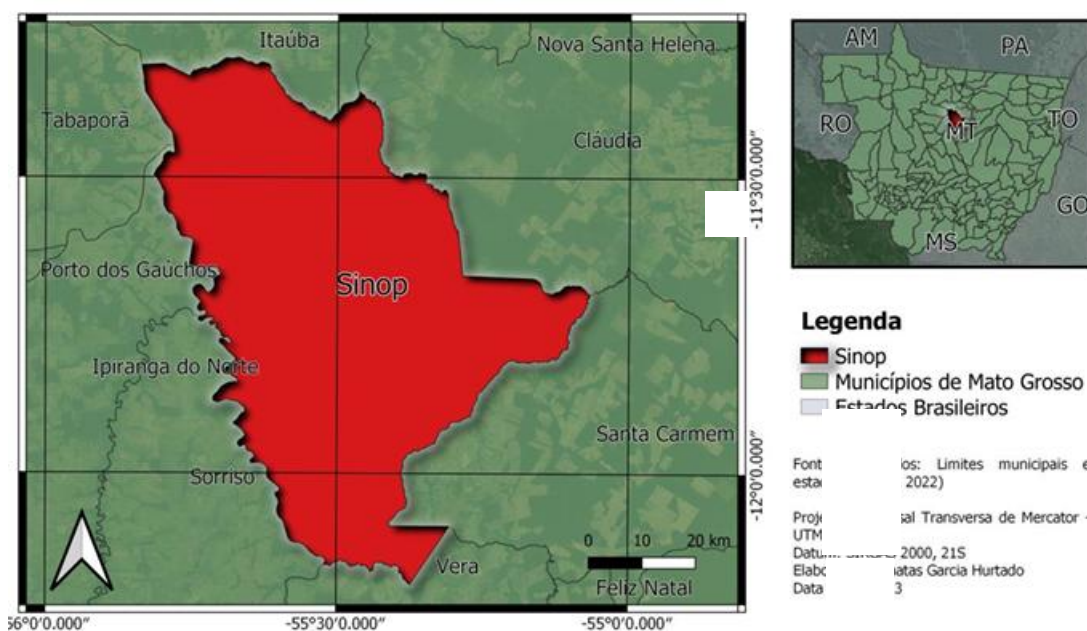
Os dados de umidade relativa do ar e temperatura do ar foram obtidos a 62 m por psicrômetro HMP, Vaisala, Inc., Helsinki Findand. O armazenamento foi realizado por sistemas

e aquisição de dados CR 10X, Campbell Scientific, Int., Ut, USA. O equipamento foi programado para realizar leitura a cada 30 segundos e armazenar as médias desses dos dados coletados a cada 30 minutos.

3.1.2 Sinop

Localizado em Planalto do Parecis, o município de Sinop, conforme a Figura 17, é descrito pelo Radar da Amazonia - RADAMBRASIL (1980), como unidade geomorfológica com altimetria homogênea, com variações entre 350 e 400 metros. Esta formação caracteriza-se pela predominância de formas tabulares dissecadas, topos aplainados, declividades suaves e uma rede de drenagem bem desenvolvida.

Figura 17: Cidade de Sinop.



Fonte: Hurtado, 2024.

A área é enquadrada no tipo Aw na classificação de Köppen, definido como clima tropical sazonal com inverno seco. Dubreuil et al. (2018) evidenciam a alta frequência e estabilidade de suas características principais: temperaturas elevadas, com média anual de aproximadamente 26,2°C, e regime pluviométrico marcado por estação chuvosa bem definida no verão, com picos máximos de precipitação entre dezembro e fevereiro. O clima e dinâmica produtiva estabelece relação intrincada, embora tecnologias como a irrigação permitam mitigar

limitações hídricas sazonais em áreas específicas, o padrão climático descrito configura o contexto predominante para a maior parte do território municipal e regional, exercendo influência direta nos ciclos produtivos e na configuração da paisagem.

Sinop é pertencente ao domínio morfoclimático amazônico, conforme estabelecido por Ab'Sáber (2003) e adotado como referência pelo RADAMBRASIL (1980). A cobertura vegetal primária da região de Sinop associava-se à Floresta Amazônica, a qual se destacam Floresta Ombrófila Aberta. Esta formação, conforme Schwenk (2005), constitui uma zona de transição, caracterizada pela presença de espécies florestais de grande porte associadas a elementos fitogeográficos do Cerrado. Foi precisamente a existência dessa formação florestal, com seu estoque madeireiro de valor comercial, que viabilizou o desenvolvimento inicial da indústria madeireira que foi base econômica para os projetos colonizadores implementados na região.

A consolidação dos polos de colonização desencadeou profunda transformação na paisagem em escalas local e regional, particularmente com a implantação da agricultura como atividade econômica hegemônica. A cobertura florestal original, que outrora ocupava aproximadamente 3.990,34 km² do território municipal, encontra-se atualmente reduzida a fragmentos frequentemente desconexos e confinados a áreas de preservação permanente ao longo de cursos d'água, totalizando 1.614,98 km² de acordo com a Seplan (2017). No perímetro urbano, remanescentes desta cobertura são preservados sob a forma de unidades de conservação, como o Jardim Botânico e o Parque Florestal, que representam testemunhos da paisagem primária da região.

O saldo de radiação foi medido em 40 m acima do solo, foi utilizado o radiômetro de radiação líquida (NR-LITE, Kipp & Zonen, Bohemia, NY, EUA). A densidade de vapor de água atmosféricos e a temperatura do ar foram medidos a 42 m do solo, no topo da torre. Para realizar a medição foi utilizado um anemômetro-sonoro tridimensional e termômetro (CSAT-3, Campbell Scientific, Inc, Logan, UT, EUA).

3.2 Teorema De Takens - O Acoplamento Estrutural

Na perspectiva apresentada pelo trabalho, Woodside (2018) atenta que, a lógica dominante as pesquisas científicas tendem a identificar as contribuições únicas e sua importância de variáveis independentes em influenciar as variáveis dependentes utilizando

testes simétricos, o que aponta para uma linearização. Entretanto a lógica se mostra limitada para descrever sistemas distantes do equilíbrio, como ecossistemas.

No âmbito da Ciência da Complexidade, diversas ferramentas metodológicas são propostas para debater diversos problemas e situações. Uma dessas ferramentas é o Teorema de Takens (1981) que se baseia em características emergentes de sistemas complexos para propor o seu desenvolvimento metodológico. Takens (1981) estabelece que, em sistemas dinâmicos, uma única variável pode reconstruir a dinâmica global do sistema – princípio reinterpretado por Teng (2023) à luz de propriedades como acoplamento estrutural, auto-organização e autossimilaridade. Essas características implicam que: as variáveis se influenciam mutuamente, se organizam dinamicamente impactando na dinâmica uma das outras e do sistema como um todo, além de reproduzir ciclos dinâmicos – ainda que estranhos – semelhantes para períodos iguais. Assim, confirma-se que uma variável pode codificar informações sobre as demais – um fenômeno amplamente documentado em sistemas complexos.

Ruan (2023) aponta a possibilidade de interpretar sistemas com nível de complexidade considerável, utilizando o teorema de Takens (1981), pois esse considera a interrelação entre as componentes do sistema. Essa abordagem se apresenta conveniente ao tratamento de dados, pois substitui a necessidade de utilizar séries de inúmeras variáveis para compreender a dinâmica, pela utilização de apenas uma variável fortemente correlacionada as demais variáveis que compõem o sistema e ao próprio sistema.

Para estudar e interpretar a dinâmica é utilizado o teorema de Takens (1981) para reconstruir o atrator que representem a dinâmica de sistemas estudados. Em um sistema em que as equações dinâmicas que descrevem a evolução das variáveis não são conhecidas, o atrator associado a este sistema pode ser obtido conhecendo apenas uma série temporal de valores associados a uma variável.

Campanharo (2007) aponta que, dada a escolha da variável com interação suficientemente forte com as demais variáveis do sistema, o atrator reconstruído é de topologia equivalente ao atrator que seria reproduzido caso conhecesse as equações diferenciais das demais variáveis, ou caso tivesse as séries temporais das demais variáveis. De acordo com Ramesh et al. (2018), o teorema utiliza de defasagem (τ) na série original para determinar uma “sombra” do atrator original, sendo esse o atrator reconstruído, da variável escolhida. Barabash

(2020) justifica o uso da técnica, pois sugere a investigação e utilização do tempo adequado revela uma aproximação a dinâmica real.

O método consiste em de vetores de estado relacionando a série de dados original e a mesma série com seus estados com atrasos temporais, ou seja, um único ponto é definido pela série original, combinada a ela mesma deslocada em defasagem. Em um espaço de fase n dimensional definido pelas coordenadas generalizadas $\{X_k(t)\}$, sendo $k = 1, 2, 3, \dots, n$, a coordenada $X_1(t)$ o eixo que correspondente a série original. A aplicação da técnica dá-se por desmembrar $X_1(t)$ em deslocamentos temporais sucessivos de defasagem τ fixa, essa é definida por: $\tau = m \Delta t$, para m número inteiro e Δt o intervalo de tempo real. Por último, são utilizados apenas os pontos equidistantes do conjunto de dados obtido. Analiticamente o espaço de fase construído pela matriz do conjunto de dados $\{X_1(t), X_2(t), \dots, X_k(t); t \in T\}$, em que cada coluna da matriz correspem que matriz:

$$X_1 = X_1(t_1), \dots, X_1(t_N)$$

$$X_2 = X_1(t_1 + \tau), \dots, X_1(t_N + \tau)$$

3.1

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

$$X_n = X_1[t_1 + (n - 1)\tau], \dots, X_1[t_N + (n - 1)\tau]$$

Para isso, é utilizado um τ em que as séries defasadas tenham menor correlação com a série real. Isso pois o atrator reconstruído é bastante sensível ao tempo de defasagem escolhido. Abravanel (1993) descreve que um tempo de defasagem muito curto os eixos $X_2, X_3, \dots, X_n$ são praticamente indistinguíveis, a trajetória tenderá a uma reta; o oposto origina atratores com trajetória dispersa. Ambos os casos resultam em atratores reconstruídos mal definidos, revelando assim a necessidade de análises anteriores para além de definir a variável mais adequada, também o τ maia adequado.

Há diversas aplicações práticas para o Teoremas de Takens (1981): Yap et al. (2014) aponta isso analisando sua estabilidade, outro apontamento é o de Gutman (2018) que analisa a topologia dinâmica e o teorema de Takens (1981). É possível também realizar aplicações financeiras, conforme Fontes (2013) sugere. Prieto (2014) utiliza o teorema para estudar concentração de materiais particulados na atmosfera. Pelas vantagens descritas, Sugihara et al.

(2012) e Deyle et al (2011) sugerem que o método descrito e aplicado por Takens (1981) é o que oferece mais simplicidade.

Se faz necessário citar que o Teorema de Takens (1981) não altera a dimensionalidade fractal do atrator da dinâmica do sistema estudado. Conforme discutido na sessão Dimensionalidade Fractal, o coeficiente de correlação $C[r]$ apresenta a quantidade necessária de variáveis a reconstrução de um atrator e consequentemente a interpretação da dinamicidade do sistema que ele descreve, no entanto, a relação não indica quais são essas variáveis. Usualmente, o atrator é reconstruído em um espaço de fase tridimensional, ainda que a análise da dimensão de correlação indique mais de três variáveis necessárias para definir e representar a dinâmica. A análise da dimensão de correção, em efeito, indicará se o atrator representado no espaço de fase assume caráter mais ou menos complexo e a presença de variáveis estocásticas.

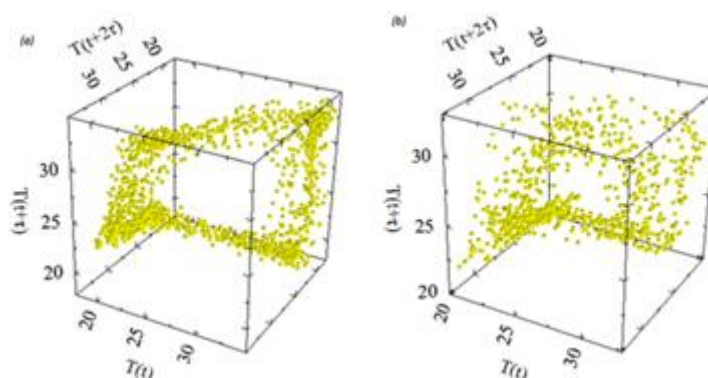
3.2.1 Atratores de Temperatura do ar

Capistrano (2007), através da análise do gráfico da dimensão de correlação - $\log[C(r)]$ vs $\log[r]$ -, demonstrado anteriormente indica que, a temperatura do ar constitui a variável que ocupa o menor volume no espaço de fase, indicando sua menor dimensionalidade intrínseca em comparação com outras variáveis analisadas. Esse resultado indica que a temperatura do ar é a variável de menor complexidade e mais fortemente correlacionada com as demais.

A dimensionalidade do atrator de temperatura do ar não é constante ao longo do ano, refletindo as variações e interações dinâmicas no sistema. Contudo, para períodos climaticamente definidos, como os de seca e chuva, é possível caracterizar padrões micrometeorológicos distintos. Durante o período seco, a dimensionalidade apresenta valores inferiores a 2, sugerindo a presença de um componente periódico na dinâmica, ainda que o objeto identificado configure um atrator estranho, de natureza fractal Capistrano (2007).

Os resultados obtidos por Capistrano (2007), ainda aponta que no período chuvoso, a dimensionalidade do atrator reconstruído a partir de dados de temperatura do ar embora menor que as das demais variáveis, se eleva para valores superior a 02. Conforme De Paulo (2015), esse incremento dimensional reflete um aumento na complexidade da dinâmica do sistema. Esse fenômeno é visualmente perceptível na Figura 18, em que no período chuvoso a configuração obtida tem mais dispersão.

Figura 18: atratores reconstruídos segundo o teorema de Takens, com dados de temperatura do ar, (a) período seco e (b) período chuvoso.



Fonte: De Paulo et al, 2015.

Capistrano (2007) também quantificou o número mínimo de variáveis, graus de liberdade, necessárias para descrever a dinâmica da temperatura do ar. Seus resultados corroboram para com a análise de dimensionalidade: no período seco, a temperatura do ar apresenta entre 6 e 7 graus de liberdade, enquanto no período chuvoso, é obtido uma tendência de valores superiores a 9. Este aumento nos graus de liberdade está diretamente associado à maior complexidade observada no atrator reconstruído para o período chuvoso, conforme a Figura 18 de De Paulo (2015).

Em essência, a temperatura do ar é a variável que apresenta menor complexidade na reconstrução do atrator e tem correlação com um número significativo de variáveis. Para a reconstrução do atrator, no entanto, é necessário estudar o tempo de menor correlação entre a série real e as séries defasadas, isso pois o tempo de defasagem depende do sistema estudado. De Paulo (2015) sugere que o valor de “ τ ” ideal para a reconstrução de atratores de temperatura do ar são de cinco horas.

As discussões anteriores, apontamentos de Capistrano (2007) e De Paulo (2015) indica que a temperatura do ar possibilita compreender a dinâmica microclimática. Para além disso, a configuração do atrator ao se alterar mediante a variação sazonal, indica que a temperatura do ar é sensível as variáveis, consideram o acoplamento estrutural há indícios de que a temperatura do ar carregue informação de outras variáveis. Essa característica, consolida a definição apresentada no segundo capítulo, a respeito do fluxo de matéria, energia e informação.

Esses apontamentos indicam que o fluxo de informação se dá entre as variáveis. Esses indícios norteio Prado (2017), a investigou a possibilidade de obter dados de saldo radiação a partir do

estudo de séries de temperatura do ar. Em consonância com a inferência de Prado (2017), De Paulo (2023) avança nas evidências do acoplamento estrutural ao descrever que para umidade relativa do ar inferior a índices de 80%, a temperatura do ar é definida unicamente pelo saldo de radiação. Investigações de Cerino (2023), que faz uso da informação mútua como análise estatística ainda aponta que a temperatura do ar, carrega informação da umidade relativa o que colabora com a inferência proposta por Prado (2017).

Consolidados, portanto, no teorema de Takens (1981) que compreende que o espaço de fase é uma representação abstrata da dinâmica real, os esses portanto, correspondem as variáveis do sistema estudado. Prado (2017) sugere que rotacionar a matriz do espaço de fase, revelaria dados das variáveis que compõem esse espaço.

3.3 Rotação Do Espaço De Fase

Conforme Prado (2017) é possível estimar o comportamento do saldo de radiação (R_n) a um sistema utilizando a técnica de Takens (1981) associada a rotação de matrizes. Prado (2017) sugere que realizando a rotação da matriz obtida segundo o teorema de Takens (1981), o comportamento dos dados obtidos na segunda coluna da matriz resultante revela o comportamento temporal de R_n .

Para realizar a análise proposta, o atrator é reconstruído em um espaço de fase tridimensional, ou seja, para construirmos uma matriz de eixos correspondentes a $T_{ar}(t)$, $T_{ar}(t+\tau)$ e $T_{ar}(t+2\tau)$. Arfken (1985) descreve que para o espaço tridimensional a rotação de uma matriz é possível através de um aparato matemático que é uma matriz de rotação - $R^{M \times N} = [R(\alpha, \beta, \gamma)]$ -, aplicada a todos os dados. Em que α, β e γ são ângulos de rotação respectivamente em torno dos eixos “z”, “y” rotacionado e “x” rotacionado. Esses obedecem a seguinte expressão:

$$R(\alpha, \beta, \gamma): \quad 3.2$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cos(\beta) \cos(\alpha) - \sin(\gamma) \sin(\alpha) & \cos(\gamma) \cos(\beta) - \sin(\gamma) \cos(\alpha) & -\cos(\gamma) \sin(\beta) \\ -\sin(\gamma) \cos(\beta) \cos(\alpha) - \cos(\gamma) \sin(\alpha) & -\sin(\gamma) \cos(\beta) \sin(\alpha) + \cos(\gamma) \cos(\alpha) & \sin(\gamma) \sin(\beta) \\ \sin(\beta) \cos(\alpha) & \sin(\beta) \sin(\alpha) & \cos(\beta) \end{pmatrix}$$

Em um espaço de fase, as coordenadas de um ponto são dadas pelo vetor:

$$R(\alpha, \beta, \gamma): \quad 3.3$$

$$(T_x \quad T_y \quad T_z)$$

Aplicando a matriz de rotação, o mesmo ponto será agora descrito por:

$$R(\alpha, \beta, \gamma): \quad 3.4$$

$$\begin{pmatrix} T_x & T_y & T_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cos(\beta) \cos(\alpha) - \sin(\gamma) \sin(\alpha) & \cos(\gamma) \cos(\beta) - \sin(\gamma) \cos(\alpha) & -\cos(\gamma) \sin(\beta) \\ -\sin(\gamma) \cos(\beta) \cos(\alpha) - \cos(\gamma) \sin(\alpha) & -\sin(\gamma) \cos(\beta) \sin(\alpha) + \cos(\gamma) \cos(\alpha) & \sin(\gamma) \sin(\beta) \\ \sin(\beta) \cos(\alpha) & \sin(\beta) \sin(\alpha) & \cos(\beta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T(t) & T(t + \tau) & T(t + 2\tau) \end{pmatrix}$$

A rotação é realizada apenas em torno de α , conforme Prado (2017) investiga em seus estudos. Investigações de Cerino (2021) baseadas na proposta metodológica de Prado (2017), apontou a série obtida pela rotação está fora de fase, se comparada com a série de R_n original. A fase seria um adiantamento temporal que é descrito empiricamente pelo τ utilizado na construção da matriz de tempos defasados e pelo α utilizado na rotação. Essa defasagem temporal final é quantificada pela equação 3.5.

$$\tau_f = \frac{\tau}{\cos(\alpha)} \quad 3.5$$

em que τ descreve a defasagem utilizada no teorema de Takens (1981), α o ângulo rotacionado e τ_f a defasagem final.

Outro apontamento a ser considerado é que os resultados obtidos segundo a rotação estarão em escala diferente de R_n , isso pois a escala de R_n e T_{ar} são distintas. Cerino (2023) destaca que a metodologia somente é possível pois T_{ar} , carrega informação de R_n . Outro apontamento a considerar são que os resultados de todos os autores citados na sessão anterior inferem a existência do acoplamento, bem como a interferência que o aumento da umidade, evidenciado pela umidade relativa – UR.

3.4 Análise Estatística

Os resultados de De Paula (2015; 2023) associado a proposta de Prado (2017), são consolidados com a análise estatística de Cerino (2023) em que é utilizado a análise de Informação Mútua para identificar informação de R_n em T_{ar} . A análise da informação mútua é

uma estimativa estatística que investiga a associação entre séries de variáveis distintas. Essa análise aponta o índice máximo em que há presença de informação de uma série contida em outra.

Em R, para analisar a Informação Mútua foi elabora um script que calcula o índice de Informação Mútua entre duas séries temporais A e B, respectivamente R_n e T_y (temperatura do ar rotacionada), para analisar suas dependências estatísticas em diferentes defasagens temporais. O método quantifica a redução da incerteza sobre uma série quando se conhece a outra, utilizando uma abordagem baseada em histogramas para estimar as distribuições de probabilidade. Inicialmente, o código realiza um pré-processamento das séries, ajustando linearmente a série descrita na coluna B para compatibilizar suas escalas com a série A, garantindo comparabilidade adequada entre as duas séries.

O núcleo do algoritmo consiste no cálculo da Informação Mútua para defasagens temporais variando de -20 a +20 intervalos de tempo, que na base de dados cada intervalo é correspondente a 30 minutos. Para cada defasagem τ , o script discretiza ambas as séries em 20 intervalos, calcula as probabilidades marginais e conjuntas, e aplica a fórmula da Informação Mútua, descrita a seguir, que mede o logaritmo da razão entre a probabilidade conjunta e o produto das probabilidades marginais. Este processo identifica em qual defasagem temporal as duas séries apresentam maior dependência estatística, indicando possíveis relações de causalidade ou sincronismo entre os sistemas analisados. A Informação Mútua entre duas variáveis aleatórias A e B é definida pela fórmula:

$$I(A; B) = \sum \sum p(a, b) \cdot \log\left[\frac{p(a, b)}{p(a) \cdot p(b)}\right] \quad 3.6$$

Em que:

$p(A, B)$: probabilidade conjunta de $A = R_n$ e $B = T_y$ ocorrerem simultaneamente;

$p(A)$: probabilidade marginal de $A = a$ (independente de B);

$p(B)$: probabilidade marginal de $B = b$ (independente de A).

A interpretação da Informação Mútua está em quantificar o quanto a ocorrência conjunta das séries A e B difere do cenário esperado caso estas fossem estatisticamente independentes. Se as séries são independentes, a $p(A, B)$ equivale exatamente ao produto de $p(A) \times p(B)$, resultando em $\log(1) = 0$ consequentemente o valor $I(A; B) = 0$, o que indica completa independência estatística entre as séries. Valores positivos de $I(A; B)$ revelam a existência de

dependência estatística, nessa situação, para valores progressivamente mais elevados de Informação Mútua, indicam maior grau de dependência ou maior quantidade de informação da série A e presente na série B, denotando um acoplamento mais intenso entre suas dinâmicas temporais.

Os efeitos de uma variável portar informação de outra, não é instantâneo, considerando isso o script determina ainda qual o intervalo, entre -20 e 20, ocorre o máximo de informação mútua. Para determinar esse intervalo, é definida a seguinte análise:

$$I(\tau) = I((A(t), B(t + \tau))) \quad 3.7$$

Em que cada τ correspem que aos intervalos de -20 a 20, para cada intervalo o cálculo é realizado de acordo com a seguinte relação estatística:

$$I(\tau) = I((A(t), B(t + \tau))); \text{ para } \tau \geq 0 \quad 3.8$$

$$I(\tau) = I((A(t - \tau), B(t))); \text{ para } \tau < 0$$

O script normaliza os resultados pelo valor máximo de Informação Mútua encontrado e gera um gráfico que mostra a variação do índice $I(\tau)$ em função da defasagem temporal τ . A função $I(\tau)$ mede quanta informação a série A no instante t compartilha com a série B no instante $t+\tau$, descrevendo como a dependência estatística entre as séries varia com o deslocamento temporal.

Esta abordagem captura as dependências não-lineares entre sistemas complexos que não seriam detectadas por métodos lineares convencionais. Portanto, $I(\tau)$ constitui a função de informação mútua cruzada que caracteriza completamente o perfil temporal de acoplamento entre as séries A e B, o que caracteriza a hipótese do fluxo de informação.

3.5 Correção Analítica

Em consonância com os estudos já apresentados, é esperado que no período seco a $I(R_n; T_y)$ seja superior a análise no período chuvoso, principalmente pelo aumento da complexidade no período chuvoso e pela termodinâmica em períodos com UR inferior a 80% depende apenas de R_n . Resultados prévios indicaram dessa investigação confirmam a inferência teórica apresentada, no período chuvoso a informação mútua sofre diminuição.

Para essas situações é esperado que, de acordo com a hipótese desse trabalho, a parte da informação seja transferida para UR, na perspectiva de recuperar a informação transferida é

utilizado a equação proposta por De Oliveira Maionchi et. al. (2024) que relaciona as variáveis R_n , T_{ar} e UR na seguinte equação:

$$f(T, R_n, UR, \alpha, \gamma, \beta, \delta) = \rho c_p \frac{dT_{ar}}{dt} - \alpha R + \gamma \sigma T_{ar}^4 - P(\beta UR - \delta \frac{dUR}{dt}) \quad 3.8$$

Em seu trabalho, De Oliveira Maionchi et. al. (2024) se dedica a compreender o efeito da presença de água na termodinâmica de sistemas ambientais. O estudo de De Oliveira Maionchi et. al. (2024) estabelece a interação termodinâmica entre dados de saldo de radiação, umidade relativa e da temperatura do ar. Os parâmetros, ρ densidade do ar, c_p calor específico do ar seco, σ constante de Stefan-Boltzmann, R_n , T_{ar} , UR , α e γ são parâmetros de ajuste referente ao modelo seco e β e δ são parâmetros de ajuste referente a influência da umidade relativa na variação da temperatura do ar. Os valores dos parâmetros de ajuste são estimados pelo trabalho de De Paulo et. al. (2023). Os estudos de De Paulo et. al (2023), indica que a presença de umidade interfere na termodinâmica do sistema, devido a formação de clusters de moléculas de água. A manipulação da equação 3.8 resulta na equação diferencial 3.9 em que é possível estimar parâmetros da temperatura do ar.

$$\rho c_p \frac{dT_{ar}}{dt} = \alpha R - \gamma \sigma T_{ar}^4 + P(\beta UR - \delta \frac{dUR}{dt}) \quad 3.9$$

O parâmetro “P” descreve uma função Heaviside com valores significativos próximos de um, para umidade relativa próxima a 80%, descrita analiticamente de acordo com a equação 3.10.

$$P = [1 + e^{-(UR-80)/100-UR}]^{-1} \quad 3.10$$

De Paulo et. al (2023) sugere que até 80% de UR , a termodinâmica depende apenas de R_n , para UR superior ao valor referido é esperado que parte da informação é particionada com UR . Na equação diferencial estabelecida por De Oliveira Maionchi et. al. (2024), os parâmetros $\beta UR - \delta \frac{dUR}{dt}$, no período chuvoso estabelecem a colaboração de UR . A proposta é utilizar o parâmetro como incremento em T_{ar} medida na torre, ou seja, usar o parâmetro como correção, de modo que ao considerar a colaboração de UR na distribuição de R_n , a temperatura corrigida

seria possível recuperar a informação perdida ou transferida para a água. Para tal investigação é utilizada a equação 3.11.

$$T^* = \left(\frac{\gamma \sigma T_{ar}^4 - P(\beta UR - \delta \left(\frac{dUR}{dt} \right))}{\gamma \sigma} \right)^{1/4} \quad 3.11$$

Em que T_{ar} é a temperatura do ar real e T^* é a temperatura do ar corrigida analiticamente, ou seja, com o acréscimo da presença de água. Esse estudo se dedica a investigar os efeitos da umidade sobre a metodologia descrita no trabalho a fim de investigar o que acontece com a informação no período chuvoso. A matriz de tempos defasados, agora não mais seria reconstruída com T_{ar} e sim é construída com T^* , respeitando o tempo de defasado já elaborado e consolidando por pesquisas anteriores, sobre essa matriz de temperatura do ar corrigida T^* é aplicada a rotação de matrizes, de acordo com a equação 3.4.

$$(T_{rot(x)}^* \quad T_{rot(y)}^* \quad T_{rot(z)}^*) = \quad 3.12$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cos(\beta) \cos(\alpha) - \sin(\gamma) \sin(\alpha) & \cos(\gamma) \cos(\beta) - \sin(\gamma) \cos(\alpha) & -\cos(\gamma) \sin(\beta) \\ -\sin(\gamma) \cos(\beta) \cos(\alpha) - \cos(\gamma) \sin(\alpha) & -\sin(\gamma) \cos(\beta) \sin(\alpha) + \cos(\gamma) \cos(\alpha) & \sin(\gamma) \sin(\beta) \\ \sin(\beta) \cos(\alpha) & \sin(\beta) \sin(\alpha) & \cos(\beta) \end{pmatrix}$$

$$\cdot$$

$$(T_{(t)}^* \quad T_{(t+\tau)}^* \quad T_{(t+2\tau)}^*)$$

Como apresentado na sessão anterior, a segunda coluna da matriz resultante “ $T_{(y)}^*$ ” deve apresentar características que se assemelham a R_n , a fim de notação como as demais colunas não foram utilizadas, chamaremos a temperatura do ar corrigida e rotacionada apenas de T_{rot}^* . Para validar a eficiência da metodologia, a correção foi analisada primeiramente sobre o período seco.

3.6 SSA

A equação 3.11, tem por finalidade corrigir a temperatura do ar, diminuindo assim a complexidade dinâmica do período chuvoso o que aponta para a possibilidade de elevar o índice de $I(\tau)$ entre R_n e T_{ar} . Resultados de estudos anteriores indicam que o aumento na presença de umidade diminui $I(\tau)$, motivados por esses dados o parâmetro incremental a T^* é UR. Além da

dependência direta de UR, a correção envolve diferenciais, o que a torna sensível a flutuação e ruídos. Para minimizar efeitos de flutuação e ruídos, aplicados sobre dados de UR.

O script utilizado em R, implementa a Análise de Espectro Singular (SSA), uma técnica não paramétrica para decomposição e reconstrução de séries temporais, no trabalho, foi aplicada a dados de umidade relativa (UR). A metodologia inicia com o carregamento e preparação dos dados, seguido pelo cálculo de uma matriz de correlação cuja dimensão é determinada pela raiz quadrada do dobro do número de observações, estabelecendo assim o comprimento do segmento para análise. Em seguida, procede com a decomposição espectral dessa matriz para obtenção de autovalores e autovetores, que representam, respectivamente, a variância explicada e os padrões temporais dominantes presentes na série original de UR.

Os autovalores são ordenados de forma decrescente e transformados em escala logarítmica, o que facilita a identificação dos componentes mais significativos na série de umidade relativa. Este procedimento permite distinguir claramente entre os sinais relevantes e o ruído presente nos dados, estabelecendo critérios objetivos para a seleção das componentes que carregam a informação essencial sobre a variabilidade da UR.

Os componentes principais são calculados mediante a projeção dos dados originais nos autovetores correspondentes, capturando assim os padrões temporais fundamentais que caracterizam o comportamento da umidade relativa. O processo de reconstrução da série temporal é então realizado utilizando um subconjunto selecionado dessas componentes, possibilitando a extração do sinal subjacente com efetiva redução de ruído e a identificação de tendências e periodicidades essenciais para a compreensão da dinâmica temporal da UR na região de estudo. Para esse trabalho, foram utilizados para os componentes principais igual a 1, 3, 5 e 7.

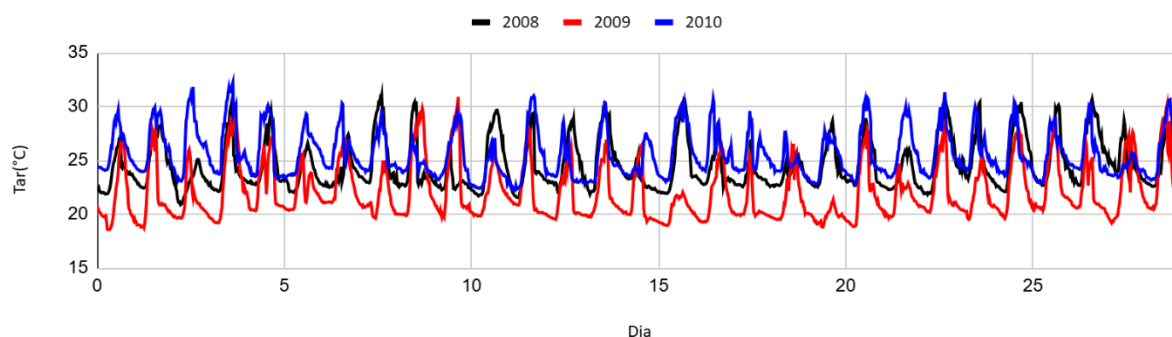
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Variáveis Estudadas E Atratores De Temperatura Do Ar (T_{ar})

A Figura 19 apresenta as séries temporais de T_{ar} para o mês de fevereiro, período chuvoso, dos anos de 2008, 2009 e 2010 na Rebio Jaru. Enquanto a Figura 20 ilustra o comportamento desta mesma variável para o mês de junho, período seco, dos mesmos anos. A análise comparativa entre os dois períodos revela diferenças marcantes no comportamento térmico da atmosfera local, refletindo a sazonalidade climática característica da região amazônica. Os meses utilizados descrevem o período em que seca e chuva são mais acentuados, ignorando transições.

No período chuvoso, observa-se visualmente na Rebio Jaru uma amplitude térmica reduzida, com oscilações diárias menos pronunciadas em comparação ao período seco. Este padrão está diretamente relacionado às características micrometeorológicas da estação chuvosa na reserva, em que a cobertura de nuvens e os elevados teores de umidade atmosférica atuam como mecanismos reguladores do balanço de energia. Estes fatores exercem um efeito amortecedor sobre a T_{ar} durante todo o ciclo diurno-noturno, limitando tanto o aquecimento diurno pela redução da radiação solar direta quanto o resfriamento noturno pela alta concentração de vapor d'água.

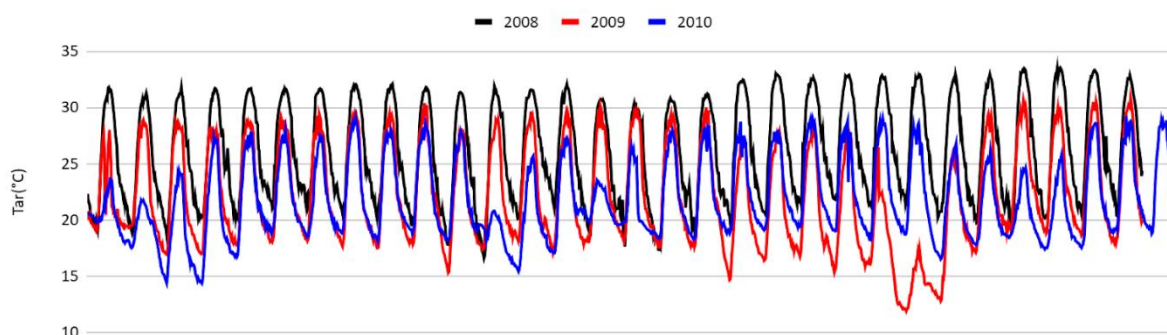
Figura 19: Série temporal de Temperatura do Ar (T_{ar}) para o mês de fevereiro nos anos de 2008, 2009 e 2010.



Em contraste, o período seco na Rebio Jaru caracteriza-se por um incremento na amplitude térmica diária, com valores máximos mais elevados durante o dia e mínimos mais acentuados durante a noite. Este padrão recorrente ao longo dos três anos analisados, demonstra a consistência sazonal do fenômeno na região. A maior variabilidade térmica pode ser atribuída

à redução nos teores de UR, condições atmosféricas que permitem maior incidência de radiação solar global durante o dia e maior perda radiativa durante a noite.

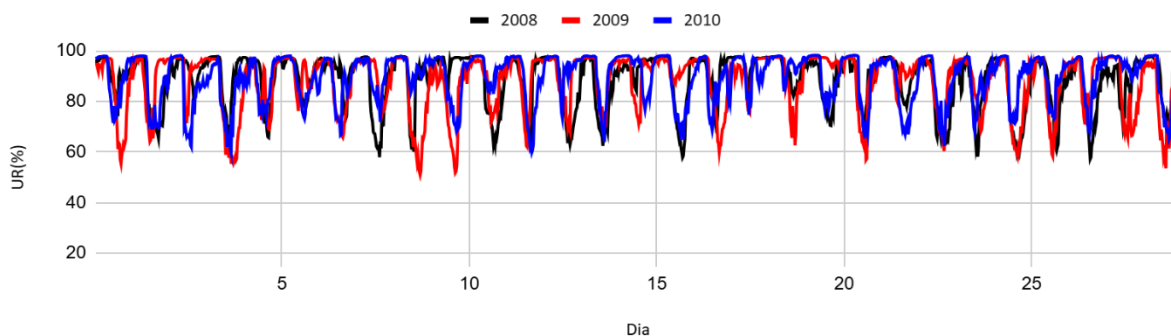
Figura 20: Série temporal de Temperatura do Ar (T_{ar}) para o mês de junho nos anos de 2008, 2009 e 2010.



A transição entre os regimes termodinâmicos estabelecidos nos períodos chuvoso e seco na Rebio Jaru evidencia a influência dos fatores sazonais na dinâmica de T_{ar} . A distinção entre os padrões térmicos observados demonstra a sensibilidade do sistema climático às variações nos componentes do balanço de energia.

A Figura 21, a seguir, ilustra a série da umidade relativa do ar (UR) dos anos estudados, ao longo do mês de maior intensidade das chuvas. As séries temporais de UR para os meses de fevereiro, período chuvoso, e junho, período seco, dos anos estudados na Rebio Jaru são apresentadas nas Figuras 21 e 22, respectivamente. Esta análise complementa a discussão anterior sobre o comportamento da T_{ar} , uma vez que a UR constitui um dos fatores moduladores do regime térmico na reserva.

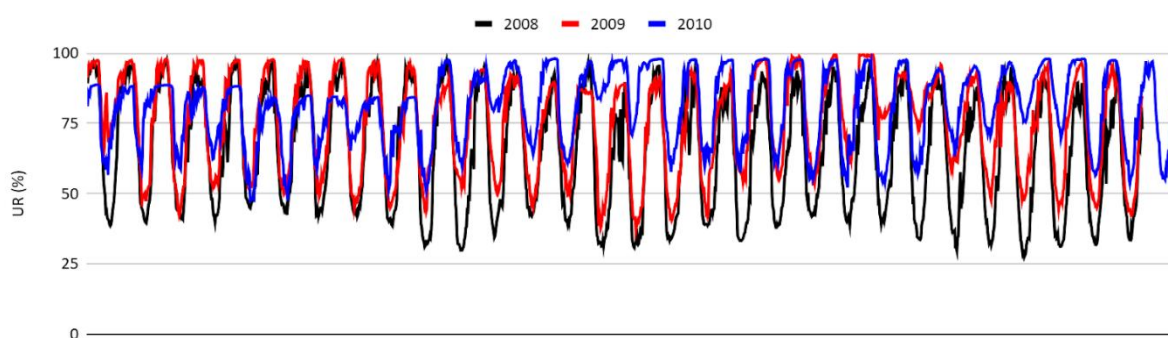
Figura 21: Série temporal de Umidade Relativa do Ar (UR) para o mês de fevereiro (período chuvoso) nos anos de 2008, 2009 e 2010.



No período chuvoso, observa-se na Rebio Jaru um padrão de UR elevado, com episódios de saturação ou valores próximos à saturação ao longo do mês. A análise detalhada dos dados revela que, embora exista variação nos valores de UR, estas flutuações concentram-se em patamares elevados. Os picos máximos estão associados a eventos de precipitação, característicos da estação chuvosa na Amazônia, enquanto os vales, menos pronunciados, correspondem a períodos de redução na nebulosidade e na atividade convectiva.

O período seco na Rebio Jaru apresenta uma dinâmica distinta para a UR, com amplitude de variação diariamente mais intensa. Os valores mínimos diários atingem patamares reduzidos, refletindo a baixa disponibilidade de umidade na atmosfera e as condições de céu predominantemente limpo. Por outro lado, os valores máximos, embora inferiores aos observados no período chuvoso, mantêm-se devido aos processos de resfriamento noturno que promovem o aumento da UR nas madrugadas.

Figura 22: Série temporal de Umidade Relativa do Ar (UR) para o mês de junho (período seco) nos anos de 2008, 2009 e 2010.

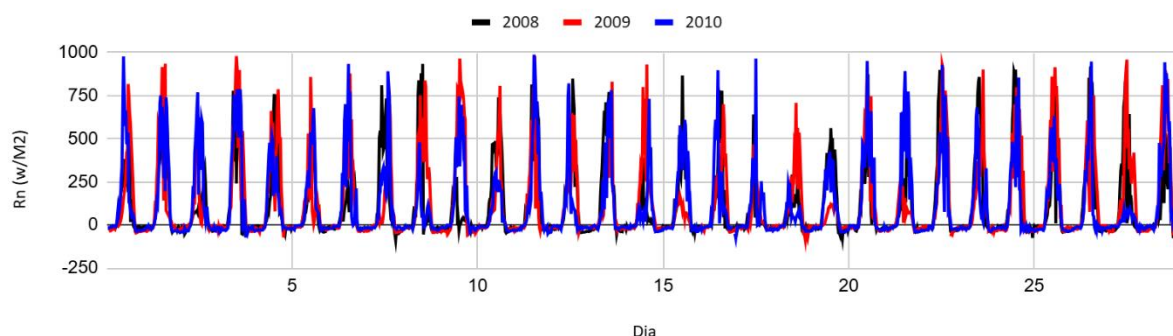


Esta marcante diferença sazonal no comportamento da UR na Rebio Jaru evidencia a transição entre os regimes atmosféricos que dominam a região em cada período do ano. A alternância entre o padrão homogêneo do período chuvoso e a variabilidade acentuada do período seco demonstra a sensibilidade do sistema climático local aos mecanismos sazonais que regulam o ciclo hidrológico.

O comportamento distinto de UR entre os períodos chuvoso e seco na Rebio Jaru está relacionado às variações de R_n , que constituem a relação chave dos processos termodinâmicos na reserva. As Figuras 23 e 24 representam, respectivamente, as séries temporais de R_n para os

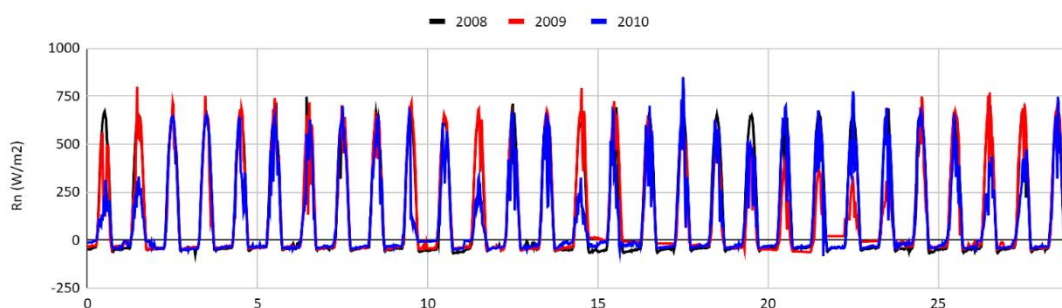
meses de fevereiro e junho dos anos de 2008 a 2010, permitindo analisar os padrões sazonais que regulam o balanço de energia.

Figura 23: Série de saldo de radiação (R_n) disponível ao longo de fevereiro, respectivamente, de 2008, 2009 e 2010.



Em contrapartida, o período seco, que coincide com o inverno na reserva, apresenta valores médios de R_n inferiores, resultado do menor ângulo zenital solar e dos consequentes menores aportes de radiação solar global. A análise dos dados demonstra uma redução na amplitude das variações diárias de R_n no período seco quando comparado ao período chuvoso, indicando que, embora os dias sejam majoritariamente limpos, a limitação imposta pela posição solar resulta em uma variação líquida menos intensa ao longo do ciclo diário.

Figura 24: Série de saldo de radiação (R_n) disponível ao longo de julho, respectivamente de 2008, 2009 e 2010.



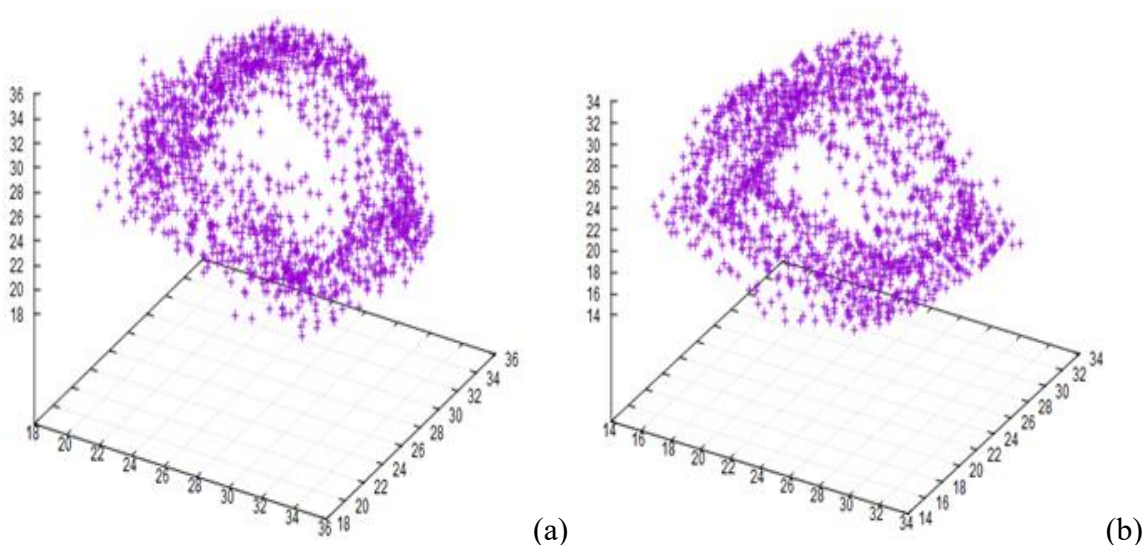
Evidencia-se assim um acoplamento estrutural entre as variáveis analisadas, em que os padrões de aparente dependência entre T_{ar} , UR e R_n revelam a coerência do sistema climático da Rebio Jaru. A sincronia observada nas variações sazonais destas variáveis demonstra que

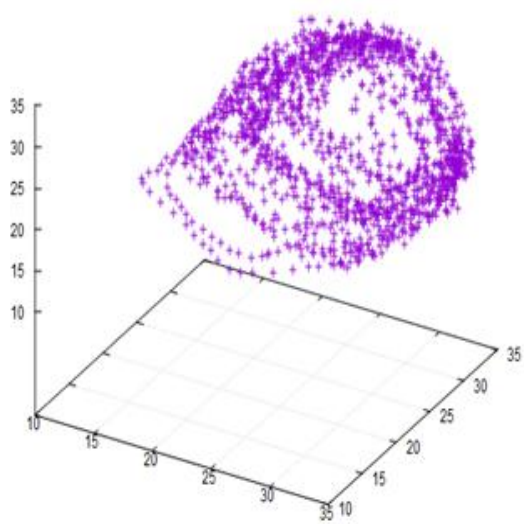
alterações em R_n desencadeiam respostas conjugadas na T_{ar} e UR, estabelecendo um regime termodinâmico característico para cada período sazonal, com implicações diretas nos processos de transporte de energia e matéria no ecossistema.

Para uma análise dinâmica do sistema climático da Rebio Jaru, atratores de T_{ar} foram reconstruídos conforme o Teorema de Takens (1981), utilizando-se um tempo de defasagem de cinco horas (τ). Esta abordagem permite que o uso de T_{ar} , por ser uma variável que integra termodinamicamente os diferentes processos superficiais, para representar a dinâmica do sistema como um todo, capturando em sua trajetória, as informações do acoplamento estrutural entre R_n , UR e os processos de superfície.

A Figura 25 apresenta os atratores reconstruídos de T_{ar} para o período seco em espaço tridimensional, em que o eixo x representa $T_{ar}(t)$, o eixo y $T_{ar}(t+\tau)$ e o eixo z $T_{ar}(t+2\tau)$. A análise revela em todos os anos estudados uma clara tendência cíclica na configuração dos atratores, indicando que, embora dinâmico, o sistema apresenta um regime de estabilidade durante o período seco. Esta configuração evidencia propriedades fundamentais de sistemas complexos, incluindo autoorganização, geometria fractal não euclidiana e memória do sistema, em que estados passados influenciam consistentemente a trajetória futura.

Figura 25: Atratores reconstruídos de temperatura do ar para o mês de agosto de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010.

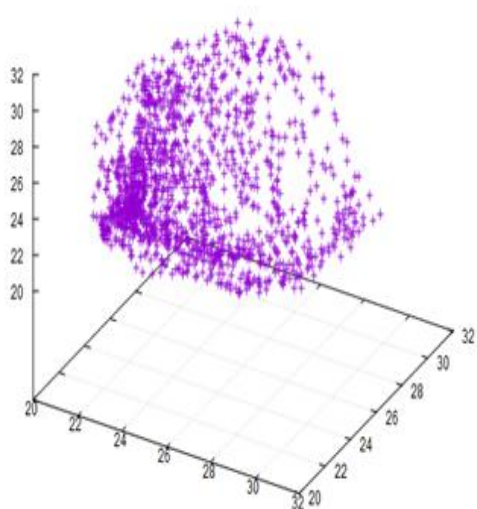




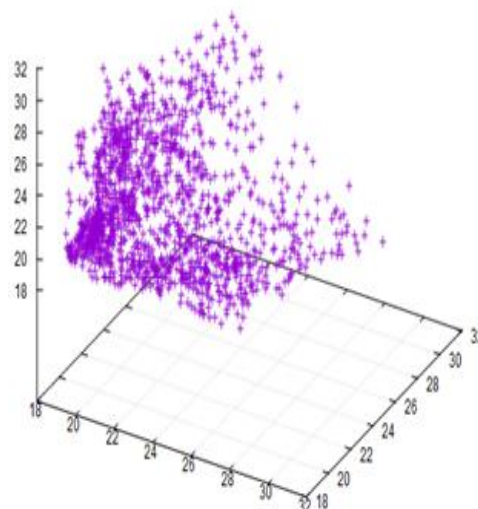
(c)

Em contraste, os atratores reconstruídos para o período chuvoso, conforme a Figura 26 exibem complexidade maior, mantendo, porém, similaridades estruturais entre os três anos. A configuração espacial mais intrincada e menos compacta sugere maior influência de componentes estocásticas, diretamente associados ao aumento da umidade atmosférica. Esse incremento na UR durante o período chuvoso introduz maior variabilidade nos processos convectivos, formação de nuvens e precipitação, que atuam como forçantes aleatórias perturbando a trajetória do sistema no espaço de fase e resultando em dinâmica de aparente maior entropia.

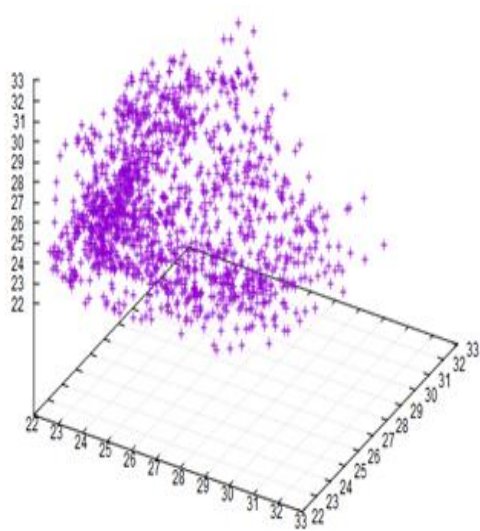
Figura 26: Atratores reconstruídos de temperatura do ar para o mês de fevereiro (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010.



(a)



(b)



(c)

Este resultado corrobora as observações de De Paulo et al. (2015) e demonstra que o aumento da umidade atmosférica transforma qualitativamente a dinâmica do sistema, tornando-a mais complexa sem, contudo, destruir completamente sua estrutura fundamental. A coerência com a literatura confirma que condições de maior UR estão associadas a padrões de maior complexidade na dinâmica atmosférica.

A sincronia observada nas variações sazonais entre R_n , T_{ar} e UR, anteriormente discutida, manifesta-se na morfologia dos atratores reconstruídos. A T_{ar} demonstra assim carregar não apenas informação sobre sua própria dinâmica, mas também informações integradas das variáveis acopladas. A presença do aumento da UR provoca respostas conjugadas não apenas nos fluxos de energia e matéria, mas também na própria estrutura informacional do sistema, representada pela maior complexidade do atrator.

Desta forma, o acoplamento estrutural no ecossistema da Rebio Jaru permite não apenas o transporte de energia e matéria, mas também de informação em que cada variável mantém relações de dependência mútua que se refletem na dinâmica não-linear do sistema como um todo.

4.2 Análise De Informação Mútua E Rotação Do Espaço De Fase

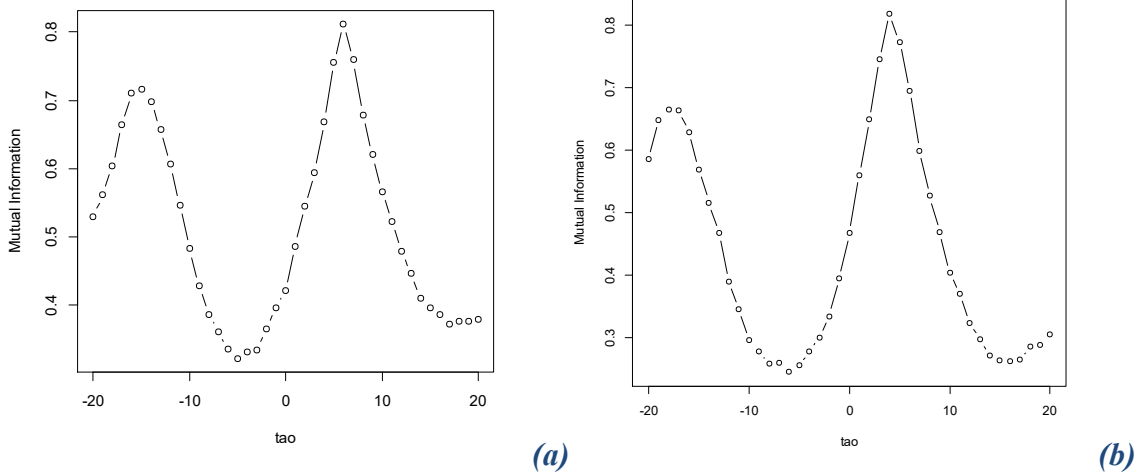
Tendo sido observadas evidências de transporte de informação no sistema climático da Rebio Jaru por meio da análise de atratores, esta seção dedica-se à investigação estatística dos fluxos informacionais entre variáveis, com ênfase no índice de informação mútua, como

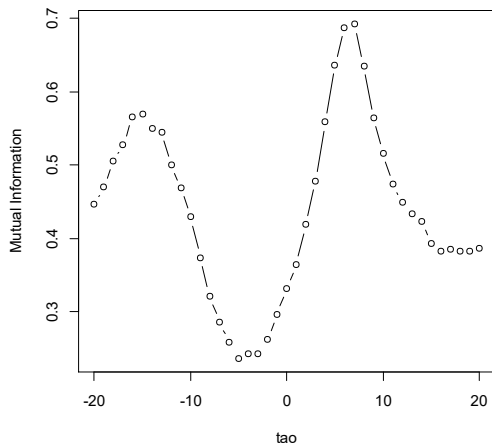
balizador estatístico, entre séries temporais distintas. O objetivo central consiste em quantificar a informação sobre o R_n está contida na série temporal de T_{ar} , explorando os mecanismos de acoplamento entre estas variáveis.

4.2.1 Análise de Informação Mútua entre R_n e T_{ar}

A Figura 27 apresenta a análise de informação mútua $I(R_n, T_{ar})$ para o período seco, junho, dos anos de 2008, 2009 e 2010. Considerando que a T_{ar} é uma variável termodinamicamente dependente do R_n , era esperado que o máximo de informação mútua entre elas, $I(R_n, T_{ar})_{\text{máx}}$, fosse obtido com certos atrasos temporais, padrão este caracterizado nos resultados. Para todos os anos analisados no período seco, a informação mútua manteve-se em patamares elevados, acima ou próximos a 70%, indicando acoplamento entre as variáveis nesta estação.

Figura 27: Análise de informação mútua $I(R_n, T_{ar})$ versus tempo de defasagem para o período seco (junho) dos anos de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010 na Rebio Jaru.

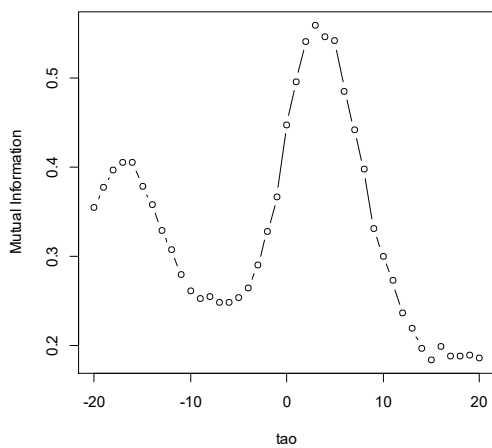




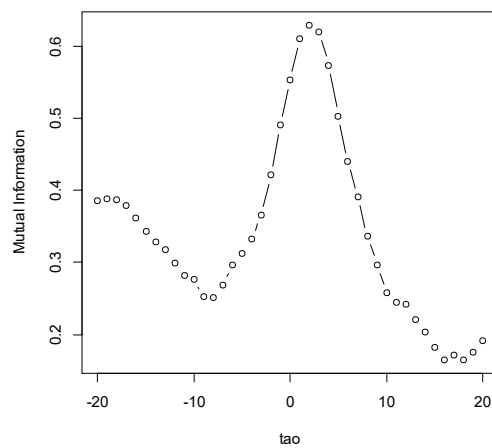
(c)

A Figura 28 mostra os resultados equivalentes para o período chuvoso, fevereiro. Embora seja mantido o padrão de defasagem temporal característico, observa-se redução nos valores de informação mútua, que atingem patamares próximos a 50% em todos os anos analisados. Esta diminuição sugere que, durante a estação chuvosa, a T_{ar} não pode ser adequadamente descrita apenas como função de R_n , indicando a influência de outros fatores no sistema, portanto, $I(R_n, T_{ar})_{máx}$ é menor.

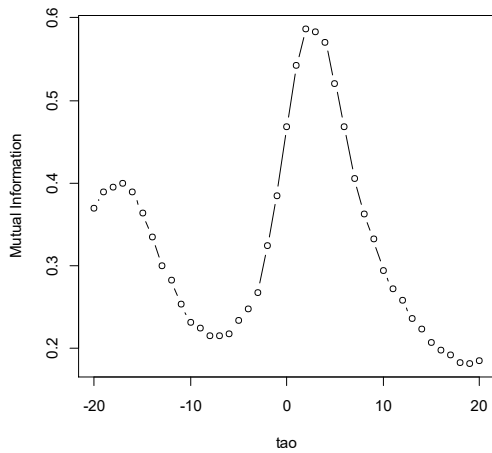
Figura 28: Análise de informação mútua $I(R_n, T_{ar})$ versus tempo de defasagem para o período chuvoso (fevereiro) dos anos de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010 na Rebio Jaru.



(a)



(b)



(c)

4.2.2 Rotação do Espaço de Fase e Recuperação de Informação

Os resultados seguintes são desenvolvidos embasados na investigação estabelecida em minha dissertação, de que T_{ar} carrega informação sobre R_n , e seguindo a proposição metodológica de Prado (2015) que sugere o uso de rotações de matrizes de T_{ar} possibilita recuperar a dinâmica de R_n . A abordagem consiste em rotacionar a matriz de T_{ar} de tempos defasados, em torno de um ângulo α , de modo que a segunda coluna da matriz resultante - denominada T_{rot} - capture a dinâmica essencial do saldo de radiação. Cabe ressaltar que, conforme alertado por Prado (2015), esta visualização gráfica ocorre em escalas dimensionais distintas, uma vez que T_{ar} e R_n possuem unidades e magnitudes diferentes.

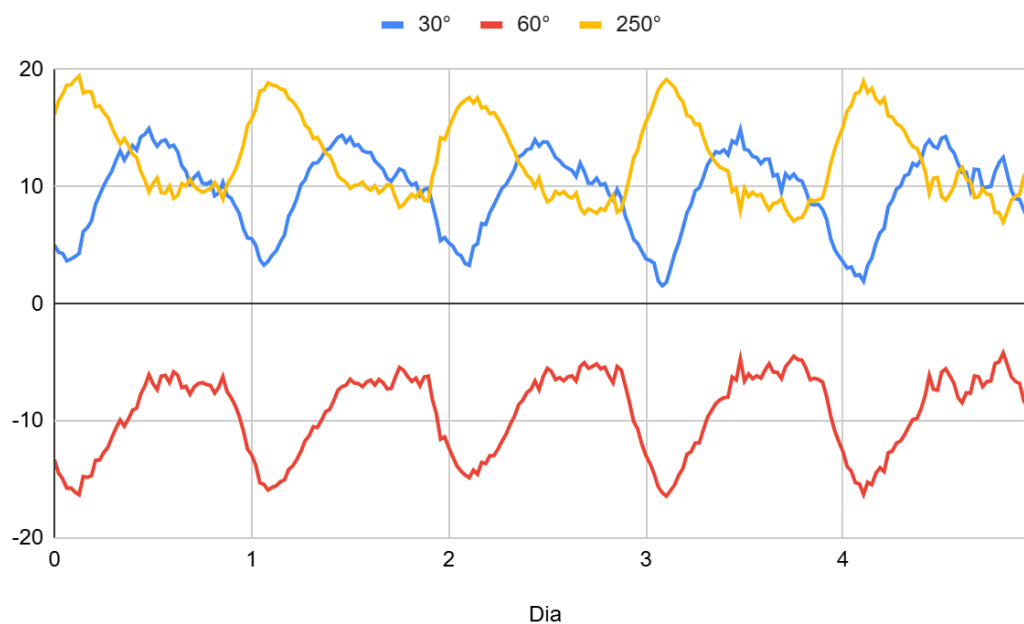
A Tabela 1 sintetiza os resultados desta investigação para o período seco de 2008, anos que foi utilizado como referência para parametrizar as análises, relacionando o ângulo de rotação (α) com o máximo de informação mútua $I(R_n, T_{rot})_{máx}$ e o tempo de defasagem final (τ_f) em que este máximo ocorre. Para a análise foi utilizado um espectro angular completo de 0° a 250° , permitindo identificar a configuração que maximiza a informação mútua entre as séries. Os resultados demonstram que a rotação adequada do espaço de fase não apenas eleva o conteúdo de informação compartilhado entre as variáveis, como também revela os padrões temporais característicos do acoplamento termodinâmico entre radiação e temperatura no sistema em estudo.

Tabela 1: Parâmetros de rotação do espaço de fase: ângulo (α), informação mútua máxima $I(R_n, T_{rot})_{\text{máx}}$ e tempo de defasagem final (τ_f) para o período seco, junho, de 2008 na Rebio Jaru.

α	$I(R_n, T_{rot})_{\text{máx}}$	τ_f
0°	0,72	-1,0h
30°	0,89	-15,0h
60°	0,91	-17,5h
90°	0,74	-13,5h
120°	0,67	-9,0h
150°	0,71	-6,0h
180°	0,73	-3,0h
210°	0,87	-3,5h
240°	0,90	-10,5h
250°	0,91	-10,0h

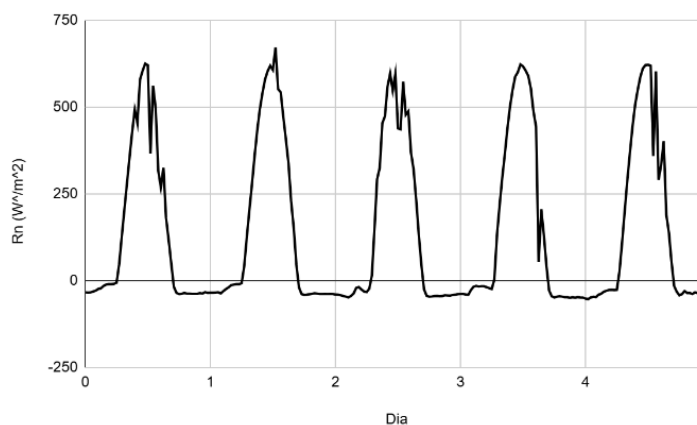
Os resultados demonstram que a rotação adequada do espaço de fase é para α igual a 250°. Esse resultado permite elevar o índice de $I(R_n, T_{rot})$ ao patamar de 0,91, embora com τ_f de -10 horas. As Figuras 29 e 30 ilustram qualitativamente, pela visualização gráfica, este efeito, mostrando o comportamento de T_{rot} para os ângulos que proporcionaram os maiores valores de $I(R_n, T_{ro})_{\text{máx}}$ durante os primeiros cinco dias de junho de 2008.

Figura 29: Comportamento de T_{rot} para diferentes ângulos de rotação durante os primeiros quatro dias de junho de 2008 na Rebio Jaru.



Embora fora de fase, para α igual a 250°, é possível notar semelhança gráfica entre R_n e T_{rot} , isso se revela de acordo com os resultados da tabela 01, em que para o período seco, seu $I(R_n, T_{rot})_{m\acute{a}x}$ é mais elevado, ainda que com uma defasagem temporal de 10 horas.

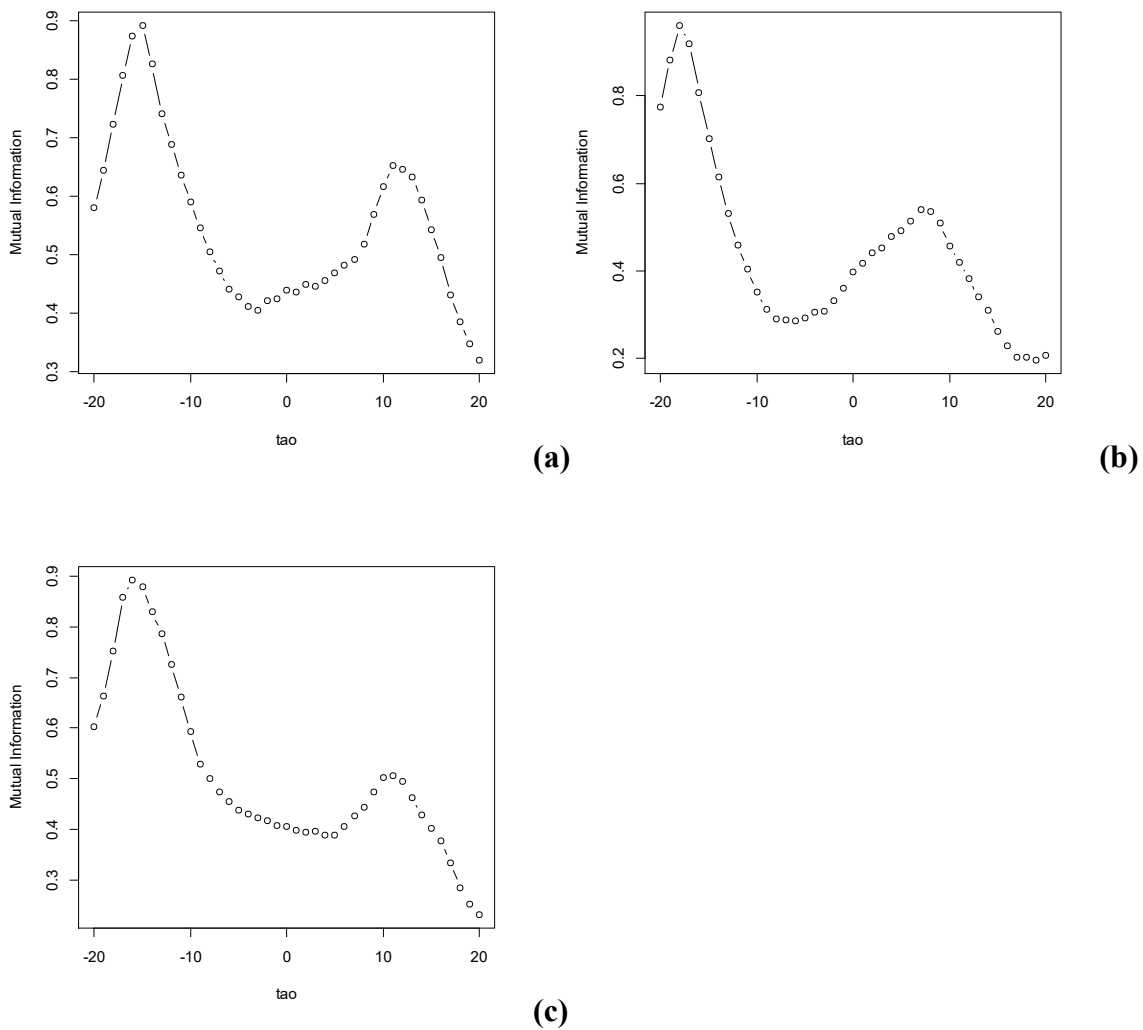
Figura 30: Saldo de Radiação (R_n) medido durante os primeiros quatro dias de junho de 2008 na Reserva Biológica de Jaru.



4.2.3 Validação da Metodologia e Reprodutibilidade em Diferentes Contextos Sazonais

A Figura 31 representa graficamente a análise de informação mútua $I(R_n, T_{rot})$ vs τ_f para o período seco dos três anos estudados, utilizando o ângulo de 250° . A análise tem por objetivo descrever de maneira estatística a evidência gráfica.

Figura 31: Análise de informação mútua $I(R_n, T_{rot})$ versus tempo de defasagem para o período seco, julho, dos anos de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010 na Rebio Jaru.

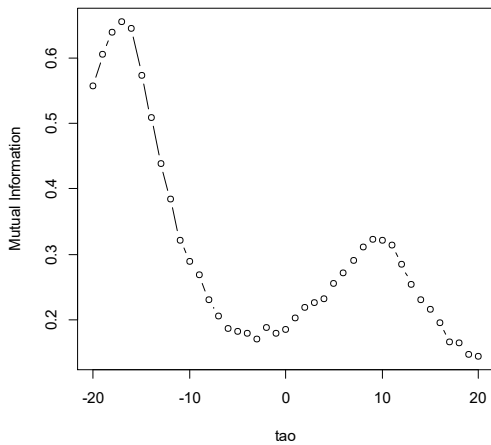


Os resultados demonstram que a rotação adequada do espaço de fase foi capaz de elevar os valores I , atingindo aproximadamente 90% de informação para o mês de julho em todos os anos analisados. Este percentual de recuperação informacional, embora acompanhado de

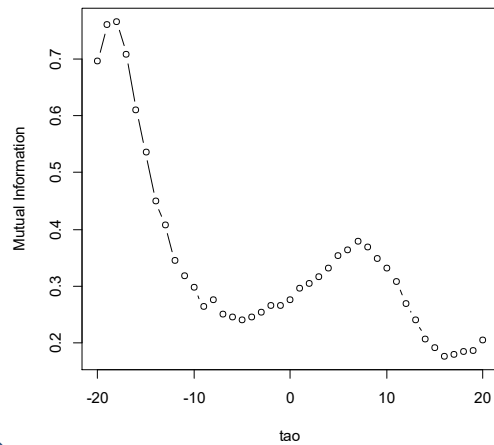
deslocamento temporal, evidencia que durante o período seco, T_{ar} armazena praticamente toda a informação necessária para reconstruir a dinâmica de R_n , reforçando o acoplamento termodinâmico entre estas variáveis.

Entretanto, a Figura 32 revela que para o período chuvoso, embora o padrão de τ_f se mantenha, ocorre redução na $I(R_n, T_{rot})_{máx}$. Esta diminuição constitui a evidência de que parte da informação é perdida ou transferida para outros componentes do sistema na presença de umidade atmosférica elevada. A redução nos valores de $I(R_n, T_{rot})$ para aproximadamente 50-60% durante fevereiro se correlaciona diretamente com o aumento da UR, sugerindo que o excesso de umidade atua como um dissipador da informação presente em T_{ar} , o que pode estar atrelado dispersão de R_n em outros processos mais abundante no período chuvoso e influenciados diretamente pela presença de umidade.

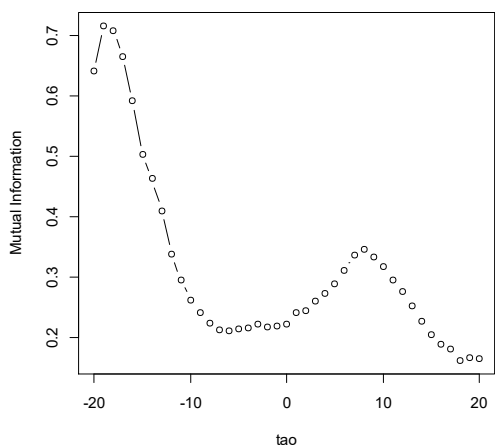
Figura 32: Análise de informação mútua $I(R_n, T_{rot})$ versus tempo de defasagem para o período chuvoso (fevereiro) dos anos de (a) 2008, (b) 2009 e (c) 2010 na Rebio Jaru.



(a)



(b)



(c)

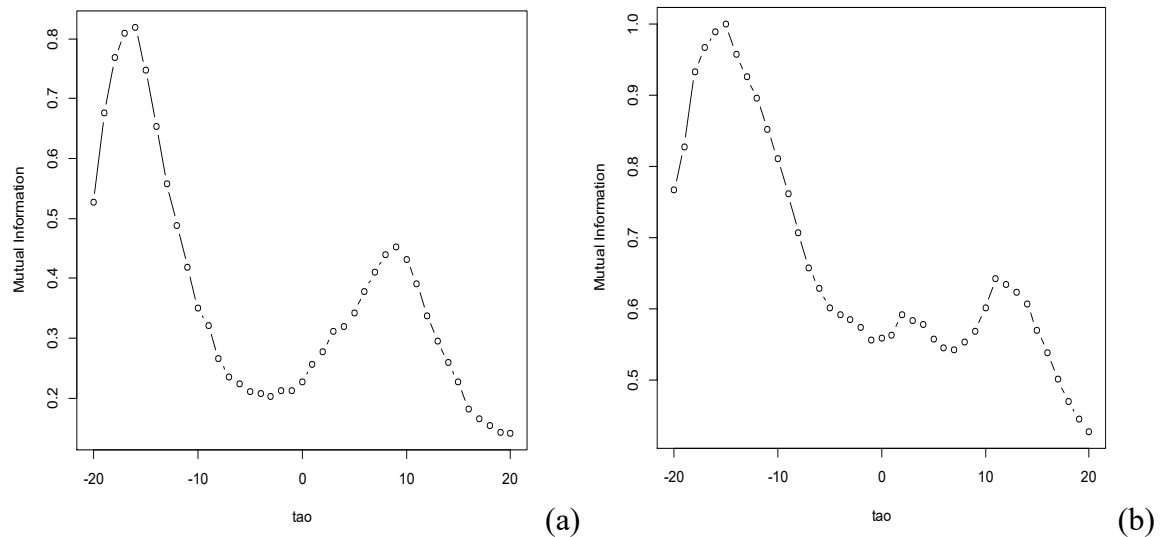
Esta perda informacional está em consonância com os resultados anteriormente discutidos sobre a complexidade dos atratores. O aumento da UR durante o período chuvoso introduz maior estocasticidade ao sistema através da variabilidade nos processos convectivos, formação de nuvens e precipitação, que atuam como forçantes aleatórias perturbando o acoplamento estrutural entre R_n e T_{ar} .

A consequente elevação na entropia do sistema manifesta-se tanto na maior complexidade dos atratores quanto na redução da informação mútua entre variáveis, representando aparentemente dois aspectos de um mesmo fenômeno: a transição de um regime termodinâmico determinístico, elucidado no período seco, para um regime com maior atuação de componentes estocásticas, período chuvoso.

O acoplamento estrutural, que no período seco permite a quase integral transferência de informação entre R_n e T_{ar} , torna-se progressivamente menos eficiente com o aumento da umidade, o que indica que o sistema passa a distribuir energia por um maior número de graus de liberdade. Esta redistribuição energética, embora reduza a eficiência do acoplamento R_n - T_{ar} , representa que a análise de informação é capaz de registrar a dissipação ou redistribuição de R_n através do ciclo hidrológico, de modo que o aparente "ruído" introduzido pela umidade constitui, na verdade, a *assinatura* de processos físicos mais abundantes na presença de maior umidade, ou seja, a *assinatura* da própria umidade, quantificada por UR.

Para verificar a reprodutibilidade da metodologia, aplicou-se a mesma análise a dados de floresta de transição em Sinop-MT (Figura 33). Os resultados demonstram a viabilidade da técnica em diferentes ecossistemas, com padrões sazonais similares aos observados na Rebio Jarú.

Figura 33: análise da informação mútua vs tempo defasado entre T_{rot} e R_n de fevereiro (a) e junho (b) de 2002, Sinop.



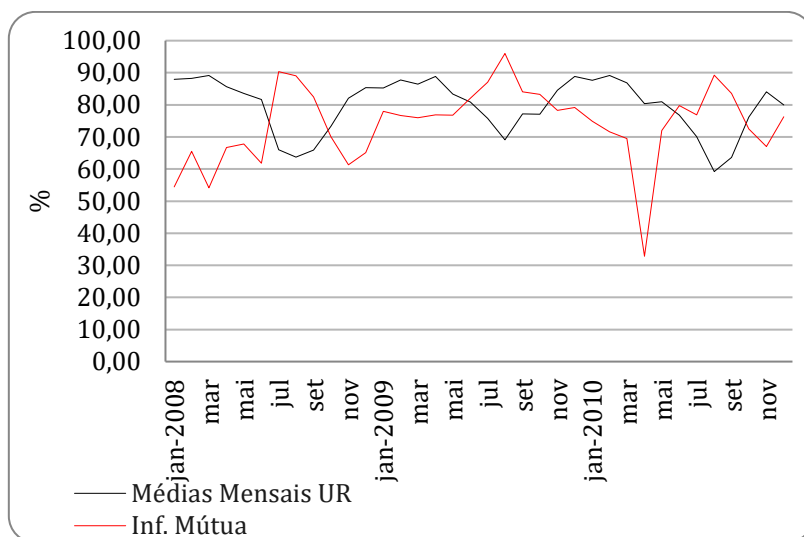
O resultado observado na figura 33, demonstra que a metodologia é reproduzível em diferentes ecossistemas, o que é um resultado esperado, já que o que está sendo analisado são aspectos termodinâmicos. A metodologia desenvolvida demonstra assim não apenas a existência de transporte de informação entre variáveis climáticas, mas também a possibilidade de recuperar a dinâmica de uma variável a partir de transformações adequadas no espaço de fase de outra variável acoplada, abrindo perspectivas para modelagem e previsão em sistemas climáticos complexos.

4.3 Influência Da Umidade E Correção Analítica

A análise sistemática dos dados dos diferentes anos e locais de estudo revelou um padrão na relação entre $I(R_n, T_{rot})_{máx}$ e UR. Observa-se que o aumento da UR se correlaciona com a diminuição da informação mútua $I(R_n, T_{ar})_{máx}$, sendo este efeito menos pronunciado em regiões de transição floresta-cerrado quando comparado com o ambiente florestal da Rebio Jaru.

Para quantificar esta relação, extraiu-se $I(R_n, T_{rot})_{máx}$ mensal para a Rebio Jaru durante os anos de 2008 a 2010, conforme apresentado na Figura 34. A análise dos dados revela uma tendência de diminuição da $I(R_n, T_{rot})_{máx}$ à medida que a UR aumenta, estabelecendo uma relação aproximadamente inversamente proporcional entre estas variáveis.

Figura 34: Médias mensais de umidade relativa (UR) e informação mútua $I(R_n, T_{rot})_{máx}$ ao longo de 2008, 2009 e 2010 na Rebio Jaru.



Nota-se que, com exceção de abril de 2010, a informação mútua se manteve acima de 50% em todos os meses analisados. É possível supor um ponto crítico na faixa de 70-80% de UR, em que ocorre a inversão definitiva entre os padrões de $I(R_n, T_{rot})_{máx}$ e UR, sugerindo a existência de um limiar além do qual a temperatura do ar perde progressivamente sua capacidade de preservar informação sobre a radiação.

Diante desse fato, somos levados ao questionamento proposto na hipótese debatida no trabalho, se a uma transferência de informações para fenômenos mais abundantes no período chuvoso, representados por UR, assim como a equipartição do balanço de energia é redistribuída na presença maior de água. Para atingir o objetivo central, a presente investigação se dedica a estudar os efeitos do período chuvoso, nessa etapa foi aplicada a correção analítica sobre T_{ar} , de acordo com a equação 3.1.

Com a temperatura do ar corrigida, T^* , foi reconstruída a matriz de tempos defasados e posteriormente rotacionada, conforme já descrito na seção 3.5. Para parametrizar os limites e a aplicabilidade da correção proposta para o período chuvoso, a correção foi aplicada sobre dados de junho de 2008, correspondentes ao período seco. Considerando que as componentes de UR, na correção tenderiam a zero no período seco nesse período, T^* , seria em tese próximo a T_{ar} , o que retornaria nas análises anteriores, validando assim a correção. Para verificar tal possibilidade, utilizando o ângulo de rotação ideal, já apresentado, a tabela 02 reúne $I(R_n, T_{rot})_{máx}$, τ_f para T_{rot}^* e $^{SSA}T_{rot}^*$, com a suavização entre 1 e 7 componentes principais.

Tabela 2: Análise de informação mútua máxima $I(R_n, T_{rot}^*)_{\text{máx}}$ e tempo de defasagem final (τ_f) associado a correção da temperatura do ar para o período seco de 2008 na Rebio Jaru.

Método	$I(R_n, T_{rot})_{\text{máx}}$	τ_f
T_{rot}^*	0,94	-11,5h
SSA(01) T_{rot}^*	0,82	-9,0h
SSA(03) T_{rot}^*	0,76	4,5h
SSA(5) T_{rot}^*	0,72	5,5h
SSA(07) T_{rot}^*	0,67	6,5h

Apartir de três componentes principais, é notável um decréscimo na $I(R_n, T_{rot})_{\text{máx}}$. Para o período chuvoso, a Tabela 3 apresenta os resultados, fevereiro de 2008. Para a análise no período chuvoso, os resultados da Tabela 2, foram considerados de maneira que foi parametrizado que a estimativa de $I(R_n, T_{rot})_{\text{máx}}$, seria até três componentes principais.

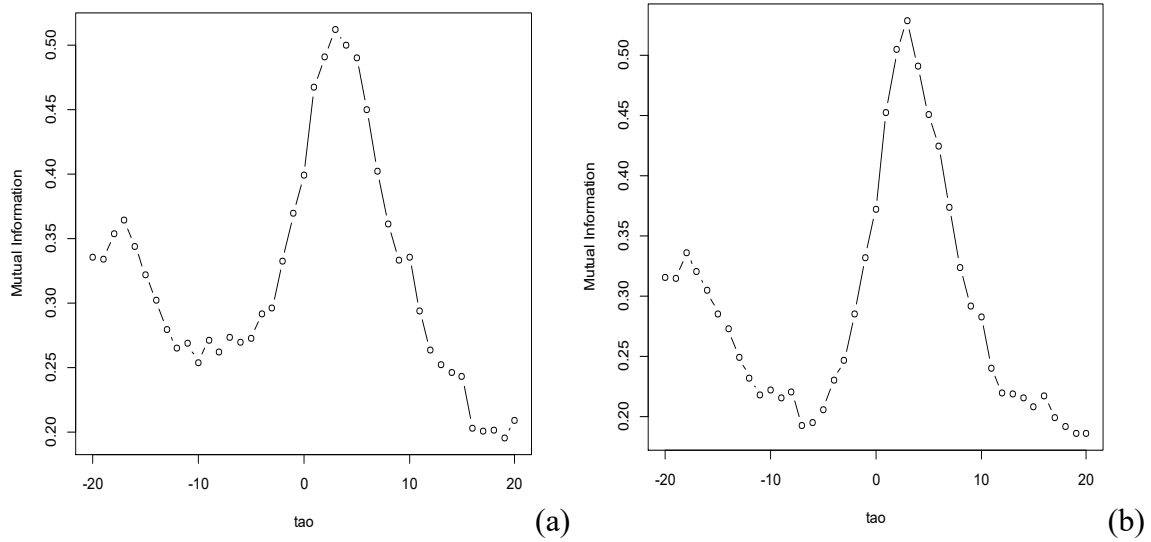
Tabela 3: Análise de informação mútua máxima $I(R_n, T_{rot}^*)_{\text{máx}}$ e tempo de defasagem final (τ_f) associado a correção da temperatura do ar para o período chuvoso de 2008 na Rebio Jaru.

Método	$I(R_n, T_{rot})_{\text{máx}}$	τ_f
T_{rot}^*	0,56	-9,5
SSA(01) T_{rot}^*	0,52	-8,0
SSA(03) T_{rot}^*	0,31	8,0

A correção analítica mostrou-se insuficiente para recuperar adequadamente a informação sobre R_n durante o período chuvoso, com valores de informação mútua entre 30-60%, inferiores aos reportados na literatura para condições similares. A aplicação de SSA resultou na diminuição da informação mútua, indicando que a suavização da UR remove componentes informacionais essenciais para R_n .

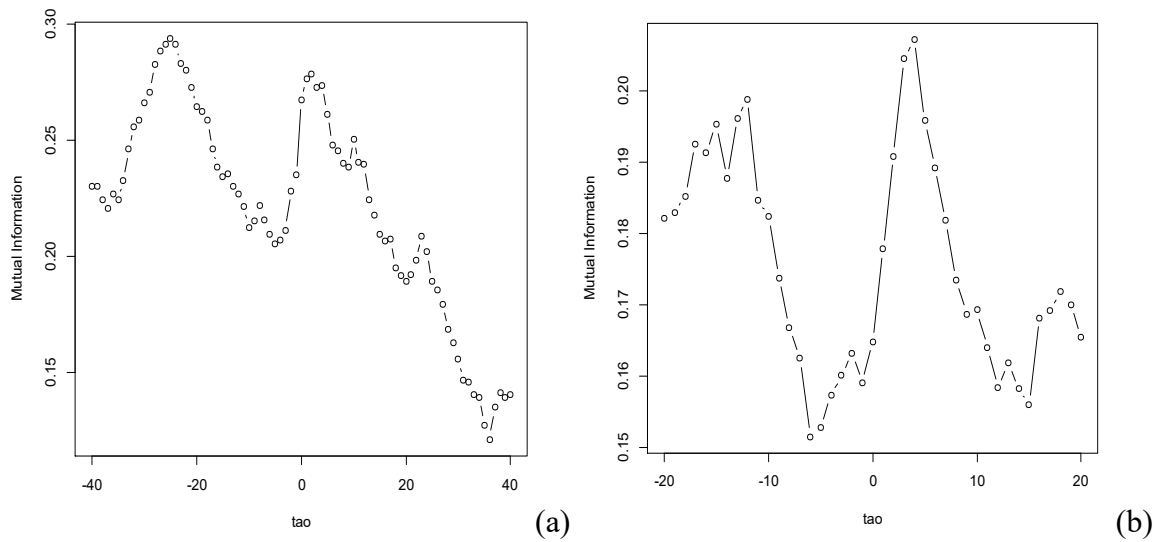
A extensão da análise para os anos de 2009 e 2010 (Figuras 35 e 36) corroborou a estes resultados, mostrando que a correção baseada apenas na UR não apenas falha em aumentar a informação mútua, como pode resultar na deterioração da informação.

Figura 35: Informação mútua vs. Tempo de defasagem entre mútua T_{rot}^* e R_n para fevereiro de 2009 (a) e 2010 (b).



Utilizando apenas a correção analítica proposta; além de informação mútua não aumentar, análise ainda apresenta queda em seus índices. Isso pode se dar por considerar apenas a UR como fator preponderante na diminuição. Para verificar esse efeito, o SSA foi também aplicado aos dados de 2009 e 2010, sobre UR.

Figura 36: Informação mútua vs. Tempo de defasagem entre Mutua $^{SSA(1)}T_{rot}^*$ e R_n para fevereiro para 2009 (a) e 2010 (b) para um componente.



O resultado obtido na figura 36 aponta que as flutuações não são erros ou ruídos associados a medição, mas que a própria umidade carrega informações associada ao sistema e a variáveis diretamente e fortemente acopladas a ela, como velocidade e direção do vento, evapotranspiração vegetal, evaporação e pluviosidade por exemplo. Portando o resultado anterior indica que suavizar dados de UR implica diretamente em perder informações que estão associadas a esses eventos, variáveis e fenômenos que tem impacto na obtenção da informação do saldo de radiação. Assim, a própria UR é resultado de interações.

Retomando a hipótese a qual esse trabalho se dedica estudar e sobre a luz das possíveis respostas obtidas, podemos intuir que a primeira proposta de resposta, ou seja, que a informação é transferida para a umidade é errônea, uma vez que observamos que a correção não é o suficiente para recuperar os a informação a respeito de R_n em períodos de maiores umidades. Porém, observando a figura 36 notamos que a segunda proposição, embora mais apropriada a investigação, não é uma resposta que aponta uma alternativa de abordagem concisa, tem-se o indício de que seria mais viável interpretar UR como produto de interações de variáveis mais abundantes no período chuvoso, essas responsáveis pela redistribuição ou perda da informação, e não como fator de correção. A informação assume então papel análogo ao balanço de energia. Essa resposta nos leva a questões como: “Produto de que?” ou “Qual a colaboração de cada variável abundante no período chuvoso nesse produto?” e ainda “UR guardar informações dessas variáveis?”. Toda via é evidente que há variáveis associadas à UR e ao realizar o SSA, essas são desconsideradas e se perde mais informação.

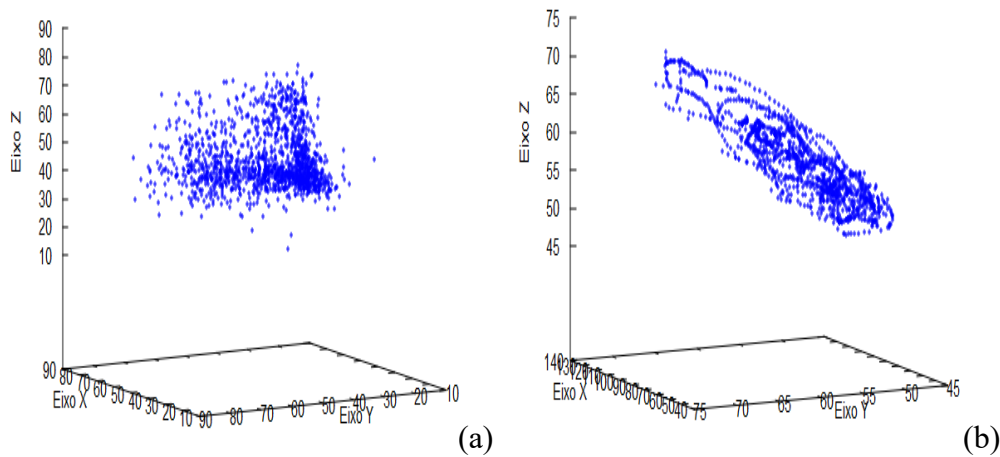
4.3.1 Influência da Correção de SSA sobre UR

No contexto de um cenário investigativo, os resultados anteriores, embora pouco sugestivos, estabelecem precedentes para debater o que ocorre com a informação no período chuvoso. Sob esse prisma, as análises subsequentes têm como cerne interpretar o impacto do SSA aplicado aos dados de UR, e consequentemente inferir o impacto do aumento de variáveis abundantes no período chuvoso na redistribuição da informação.

Para compreender isso, uma abordagem qualitativa é observar a complexidade assumida pelo atrator reconstruído utilizando a temperatura do ar corrigida T^* e a temperatura do ar corrigida associada ao SSA sobre UR para uma componente $^{SSA(1)}T^*$, além disso estimar via análise de correlação dimensional a complexidade da dinâmica no período estudado.

De acordo o conhecimento teórico já estabelecido, é esperado que no período chuvoso a dinâmica obtida pela reconstrução dos atrator de temperatura apresente um nível de complexidade maior. A figura 37, ilustra o que acontece com o atrator de temperatura do reconstruí-lo com T^* e com $^{SSA(1)}T^*$.

Figura 37: Atrator de temperatura do ar para o ano de 2008, de fevereiro. Para (a), o espaço de fase foi construído usando dados de T^* ; em (b) o espaço de fase foi construído usando dados de $^{SSA(1)}T^*$.



A figura 37(a) apresenta características já conhecidas da literatura, que indicam que é inerente ao sistema modificar sua configuração no período chuvoso e que a própria umidade já deixa registro na informação que a temperatura do ar carrega. Portanto, somar parâmetros de UR em T_{ar} não é de veras eficiente. Em oposição, a figura 37(b) indica que o sistema, embora complexo, aparenta passar por uma atenuação da presença de variáveis estocásticas, é possível, portanto, observar uma dinâmica mais bem definida.

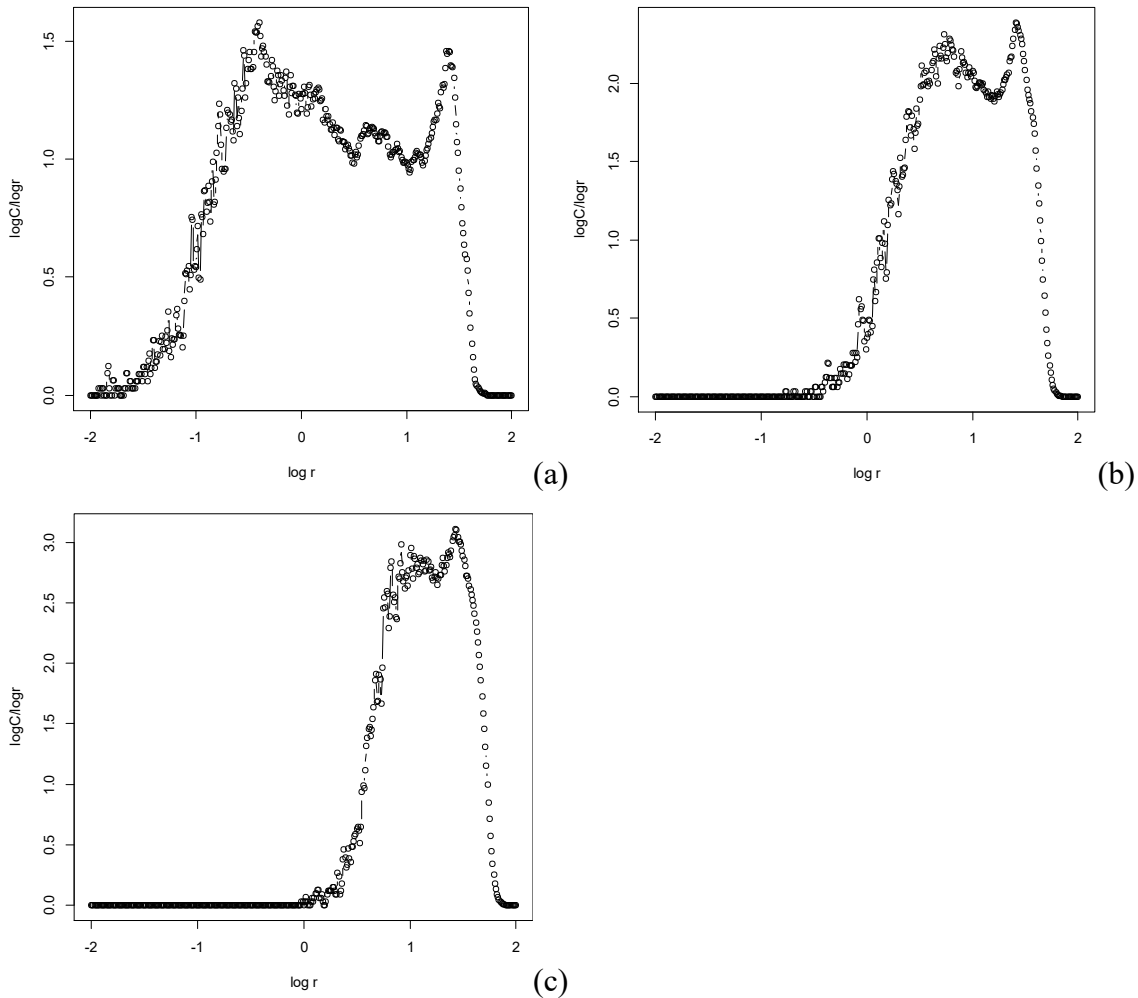
É notório que utilizar a UR suavizada via SSA com um componente para corrigir T_{ar} , diminui o nível de complexidade da configuração dinâmica do atrator reconstruído. Esses resultados, sobre a ótica da aplicação do teorema de Takens, apontariam para um maior índice de informação mútua, tal qual ocorre no período seco - menos complexidade, maior informação mútua. Isso apontaria que a suavização de UR associada à correção analítica de T_{ar} seriam suficientes para recuperar a informação, entretanto, isso não acontece. Para o período chuvoso, portanto, diminuir o nível de complexidade implica em de fato perder informação do sistema.

Além da visualização gráfica, para consolidar os resultados, foram obtidos via scrip R a dimensão de correlação C e o número N aproximado de variáveis necessárias para

compreender a dinâmica do sistema, em que C e N são medidas adimensionais. Para isso, o gráfico de N vs C foi elaborado para os anos estudados, apenas para o período chuvoso, mês de junho, analisando apenas a dados de T^* e $^{SSA(1)}T^*$.

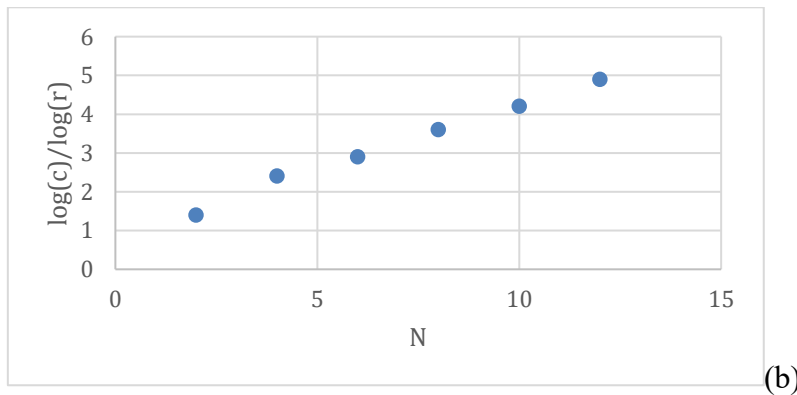
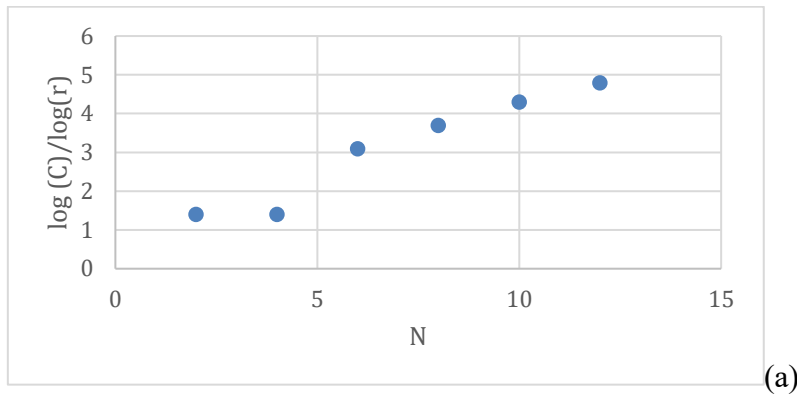
A figura 38 ilustra um gráfico obtido pela análise de uma série temporal, no nosso caso a temperatura do ar, T^* e $^{SSA(1)}T^*$. O script, escrito em R, aplicou sobre o arquivo de uma coluna para cada caso e ano estudado uma análise que solicita o plot de um gráfico que relaciona o logaritmo da razão entre dimensão de imersão C e o logaritmo do raio hiperbólico r_h formado entre os ciclos e o logaritmo do raio hiperbólico r_h . No programa foi definido o tempo de defasagem temporal, para a construção da matriz do teorema de Takens e a dimensão de correlação N à qual a C está relacionada. Para os resultados obtidos são os descritos na figura seguinte, para o ano de referência 2008, utilizando apenas dados de T^* .

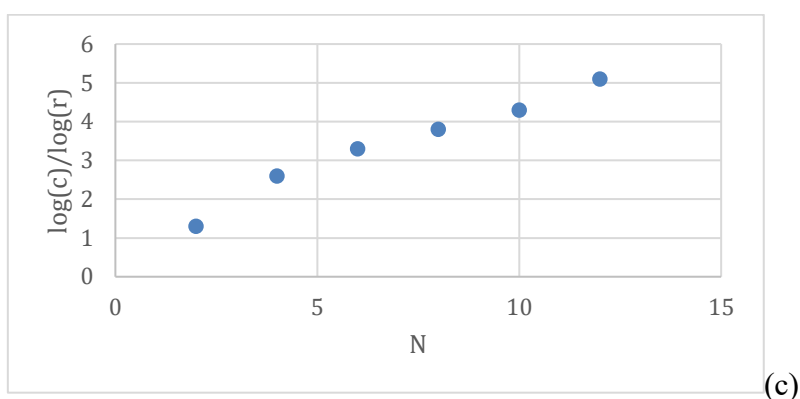
Figura 38: $\log(c)/\log(r)$ vs. $\log(r)$, para o ano de 2008, utilizando T^* , para o mês de fevereiro, (a) com dimensão de correlação “ N ” igual a 2, (b) N igual a 4 e (c) N igual a 6.



Para cada caso – T^* e $^{SSA(1)}T^*$ – foram elaboradas seis análises em que se definiu N de 2 a 12. Com esse resultado, o pico do eixo $\log(C)/\log(r)$, para cada N foi possível construir os gráficos apresentados nas figuras 39 e 40. Esses gráficos relacionam o pico do eixo $\log(C)/\log(r)$ vs N , ou seja, os resultados apresentam dimensão de correlação, a dimensão a qual a dinâmica cíclica está imersa. De acordo com estabelece a literatura, ao atingir o platô, os pares ordenados correspondentes ao $\log(C)/\log(r)$ elucidam a dimensão real da dinâmica estudada, enquanto o eixo N corresponde ao número mínimo de variáveis que são necessárias para compreender e reconstruir a dinâmica.

Figura 39: $\log(c)/\log(r)$ vs. N apenas para a temperatura do ar corrigida analiticamente, para os anos de 2008, 2009 e 2010, respectivamente 39 (a), (b) e (c).

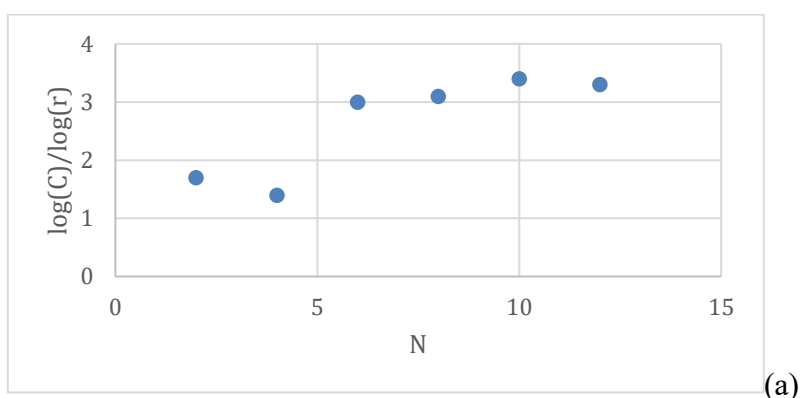


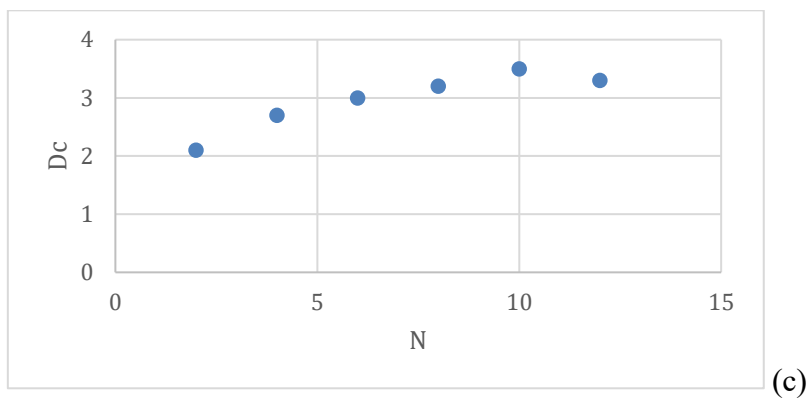
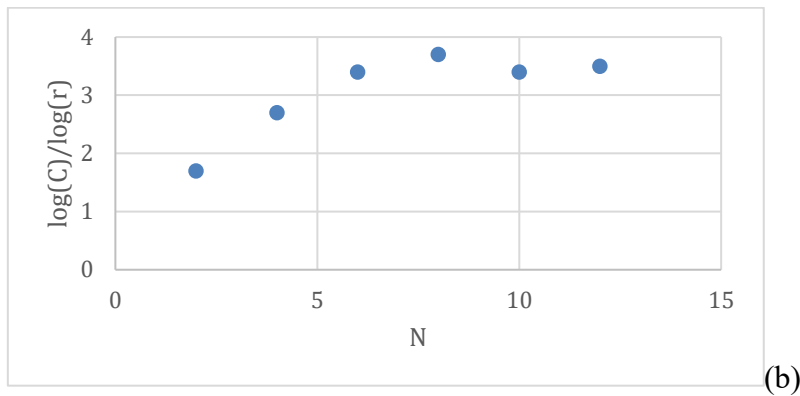


Nenhum dos três gráficos obtidos há a formação de platô, isso indica que há indefinição na quantidade de variáveis necessárias para caracterizar bem o sistema, tampouco é possível definir a dimensionalidade da dinâmica. Analiticamente o resultado é esperado, visto que a figura 37 (a) sequer apresenta ciclo.

Experimentalmente os resultados também são condizentes com a figura 39 (a), uma vez que ela tem configuração mais complexa, o que implica em uma dimensionalidade elevada. A configuração ainda indica presença de variáveis estocásticas, o que desloca a dinâmica para níveis maiores de complexidade, além de impedir que a análise atinja o platô, uma vez que essa variável não tem comportamento bem definido.

Figura 40: $\log(c)/\log(r)$ vs. N apenas para a temperatura do ar corrigida analiticamente fazendo uso da umidade relativa suavizada via SSA, para os anos de 2008, 2009 e 2010, respectivamente 43 (a), (b) e (c).





Os resultados obtidos e ilustrados na figura 40 indicam que há a formação do platô em torno de N igual a entre quatro e seis. O que indica que no mínimo quatro variáveis são necessárias para compreender bem essa dinâmica, além disso essa $^{SSA(1)}T^*$ carrega informações dessas possíveis cinco variáveis. Por tender ao platô, e como observado a figura 37 (b), a dinâmica é menos complexa. Apenas os resultados da figura 40, levaria a ilação que para $I(R_n, ^{SSA}T^*)$ haveria melhora no índice I , o que não ocorre. Executar o SSA implica em perder informação, ou seja, a própria existência de ruídos é componente da informação.

Não é possível afirmar qual variável tem maior correlação com $^{SSA}T^*$, ou ainda a respeito de quais variáveis essa dinâmica revelaria informações. O que podemos intuir, observando as figuras 39 e 40, é que cerca de 25% da informação é perdida devido a suavização, esse resultado atrelado às figuras 37(b), 39 e 40, indica que isso ocorre pois se perde informações de variáveis estocásticas, variáveis essas que levam o sistema para uma situação maior complexa e entrópica. Além disso, os resultados da figura 36, a dinâmica da figura 37(a), associada aos resultados de 40, pode intuir que componente com comportamento menos complexo num regime chuvoso correspondem a cerca de 30% da informação total, ou seja, puramente a

temperatura do ar, sem qualquer influência da umidade ou das componentes que influenciam a umidade correspondem cerca de 30% de R_n .

De acordo com a Segunda Lei da Termodinâmica, enunciado de Kelvin-Planck, é impossível que, em um processo cíclico, o único efeito seja a conversão completa de calor em trabalho sem outras mudanças. Essa limitação está intrinsecamente ligada ao princípio da entropia, que exige que, em processos irreversíveis, a entropia total do universo aumente. A dinâmica estudada é distante do equilíbrio, irreversível, mas que esboça ciclos, ainda que distintos de qualquer imagem que se assemelhe à geometria euclidiana. Os resultados observados sobre a ótica da Segunda Lei da Termodinâmica, a transferência de calor na forma de R_n , não deixarão informação presente apenas em T_{ar} , pois é intrínseca à natureza o aumento da entropia.

“Mas essa sendo uma imposição da natureza porque o mesmo não aconteceria no período seco, podemos questionar?” A proposição mais plausível é que em consonância com os resultados as variáveis responsáveis diretamente por UR, mais abundantes no período chuvoso, além de serem responsáveis pela diminuição da informação, são as mesmas responsáveis pelo aumento da entropia e da complexidade.

5 CONCLUSÃO

Esta tese investigou a dinâmica de sistemas micrometeorológicos através do Teorema de Takens, explorando o acoplamento estrutural entre variáveis ambientais, em especial a temperatura do ar (T_{ar}), o saldo de radiação (R_n) e a umidade relativa (UR). Os resultados confirmaram que a T_{ar} , por sua forte interação com o sistema, é capaz de armazenar informações sobre outras variáveis, permitindo a reconstrução da dinâmica micrometeorológica via rotação de matrizes. No entanto, a eficácia dessa reconstrução mostrou-se sensível à presença de umidade, evidenciando uma perda de informação em períodos chuvosos.

A aplicação do SSA como método de suavização revelou um paradoxo: embora reduzisse a complexidade aparente dos dados, também diminuiu a informação mútua entre T_{ar} e

R_n . Isso indica que as flutuações suavizadas não são meramente ruídos, mas componentes dinâmicos intrínsecos ao sistema, associados a fenômenos como evapotranspiração, turbulência atmosférica. A tentativa de correção analítica, embora eficaz no período seco, não recuperou plenamente a informação perdida no período chuvoso, reforçando a hipótese de que a energia e a informação são redistribuídas para outras variáveis, como o calor latente, em ambientes mais úmidos.

O Teorema de Takens mostrou-se uma ferramenta robusta para a reconstrução de atratores e extração de informações em sistemas acoplados, mas seus limites ficaram evidentes em cenários de alta entropia, em que a complexidade aumenta devido à influência de variáveis estocásticas. A análise dimensional corroborou essa ideia, mostrando que, no período chuvoso, a dinâmica do sistema exige um número maior de variáveis para ser completamente descrita, enquanto a suavização via SSA simplificou artificialmente essa estrutura, mascarando parte da informação relevante.

Em síntese, este trabalho validou o potencial do Teorema de Takens na caracterização de sistemas ambientais, mas também expôs suas limitações em regimes de alta umidade, em que a perda de informação e o acoplamento com outras variáveis desafiam a reconstrução precisa da dinâmica. Os resultados sugerem que futuros estudos devem incorporar métodos que considerem explicitamente a entropia e a influência de processos estocásticos, como modelos híbridos que combinem técnicas de reconstrução de atratores com abordagens baseadas em teoria da informação.

Assim, esta pesquisa não apenas avançou na compreensão da termodinâmica de ecossistemas tropicais, mas também destacou a necessidade de métodos mais refinados para lidar com a complexidade inerente a sistemas abertos e não lineares, contribuindo para o desenvolvimento de ferramentas mais precisas em micrometeorologia e modelagem ambiental.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABARBANEL, H. D. I; BROW, R.; SIDOROWICH, J. J.; TSIMRING, L. S. **The Analysis of Observed Chaotic Data in Physical Systems**. Review of Modern Physics. Vol. 65, n. 4, p.1331-1392. 1993.

AB’SÁBER, A. N. **Os domínios de natureza no Brasil: potencialidades paisagísticas**. São Paulo: Ateliê Editorial, 2003.

ANDRADE, Nara Luisa Reis de et al. **Partição do saldo de radiação em áreas de floresta amazônica e floresta de transição Amazônia-cerrado**. Revista Brasileira de Meteorologia, v. 24, n. 3, p. 346-355, 2009.

ARAÚJO, Luis Flávio de. **Ilhas de calor em Sinop-MT: análise das características térmicas em conjunto com os aspectos socioeconômicos e ambientais**. 2021.

ARFKEN, G. **Mathematical Methods for Physicists**. Boston. Academic Press, 1985.

BIUDES, Marcelo Sacardi et al. **Patterns of energy exchange for tropical ecosystems across a climate gradient in Mato Grosso, Brazil**. Agricultural and Forest Meteorology, v. 202, p. 112-124, 2015.

BORGES, V.P.; OLIVEIRA, A.S.; FILHO, M.A.C.; SILVA, T.S.M.; PAMPONET, B.M. **Avaliação de modelos de estimativa da radiação solar incidente em Cruz das Almas, Bahia**. Rev Bras de Eng Agr e Amb. v.14 (1), 74–80, 2010.

CAMPANHARO, A.S.L.O.; RAMOS, F.M.; MACAU, E.E.N.; ROSA, R.R.; BOLZAN, M.J.A.; SÁ, L.D.A. **Searching chaos and coherent structures in the atmospheric turbulence above the Amazon forest**. Phil. Trans. R. Soc. A, Vol. 366, p. 579-589, 2007.

CAPISTRANO, V. B. **Análise de Séries Temporais de Variáveis Microclimatológicas Medidas em Sinop-MT Utilizando a Ciência da Complexidade**. Cuiabá, 2007. 62p. Dissertação (Mestrado) - Física Ambiental, Universidade Federal de Mato Grosso.

CAPRA, F. **A teia da vida: uma nova compreensão científica dos sistemas vivos**. 6.ed. São Paulo: Cultrix, 1997. p.256. (tradução: Newton Roberval Eichenberg).

CARDOSO, Fernando Luiz; NUNES, Dorisvalder Dias. **CORRELACÕES ENTRE AS PRINCIPAIS VARIÁVEIS CLIMÁTICAS NA RESERVA BIOLÓGICA DO JARU E AS TSMS NO PACÍFICO CENTRAL EM EVENTOS DE EL NIÑO E LA NIÑA**.

CASTILHO, Guilherme José de et al. **Análise de caos em leito fluidizado circulante**. Campinas, 2011. 09-26p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Química - Universidade Estadual de Campinas.

COTLER, Jordan et al. **Chaos, complexity, and random matrices**. Journal of High Energy Physics, v. 2017, n. 11, p. 48, 2017.

CHRISTOFOLETTI, A. **Modelagem de sistemas ambientais**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1999. 236p.

DA FRANCA, Rafael Rodrigues. **Climatologia das chuvas em Rondônia–período 1981-2011**. Revista Geografias, p. 44-58, 2015.

DA SILVA, Fabio WO. **A evolução da teoria ondulatória da luz e os livros didáticos**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 29, n. 1, p. 149-159, 2007.

DE MORAES, Elisabete Caria. **Capítulo 1 fundamentos de sensoriamento remoto**. 2002. IMPE

DE PAULO, Iramaia Jorge Cabral et al. **Introdução à Ciência da Complexidade**. Cuiabá: Universidade Aberta do Brasil, 2012. v. 1. 73p.

DE PAULO, S. R.; de PAULO, I. J. C.; de DECKER. **Reconstructing the micrometeorological dynamics of the southern Amazonian transitional forest**. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 30 p. 2015.

DE SOUZA, Wesley; AGUIAR, Renata Gonçalves. **Educação ambiental em duas escolas localizadas no entorno da Reserva Biológica do Jaru–Amazônia Ocidental**. Revista Brasileira de Educação Ambiental (RevBEA), v. 13, n. 1, p. 172-191, 2018.

DELLA JUSTINA, Eloiza Elena. Zoneamento geoambiental da reserva biológica do Jaru e zona de amortecimento-RO, como subsídio ao seu plano de manejo. 2009.

DEYLE, Ethan R.; SUGIHARA, George. **Generalized theorems for nonlinear state space reconstruction**. Plos one, v. 6, n. 3, p. e18295, 2011.

DUBREUIL, Vincent et al. The types of annual climates in Brazil: an application of the classification of Köppen from 1961 to 2015. **Confins-Revue franco-brésilienne de géographie/Revista franco-brasileira de geografia**, n. 37, 2018.

ECKMANN, J. P. & RUELLE, D. **Ergodic Theory of Chaos and Strange Attractors**. USA, Review of Modern Physics, Vol. 57, n. 3, p. 617-656. 1985.

EHLERS, R.S. **Análise de Séries Temporais**. Curitiba, 2005. 90p. Departamento de Estatística. Universidade Federal do Paraná. Disponível em <http://leg.est.ufpr.br/~ehlers/notas>. Acesso em: 21 março. 2010.

FONTES, Nuno Ricardo Moura. **Sistemas dinâmicos, análise numérica de séries temporais e aplicações às finanças**. 2013. Tese de Doutorado. Instituto Superior de Economia e Gestão.

FRAEDRICH, K.; LESLIE, L. M. **Estimates of cyclone track predictability**. Q. J. R. Meteor. Soc. 155, 79–92. 1989.

GLEICK, J. **Caos: A criação de uma nova ciência**. 3.ed. Rio de Janeiro: Campus, 1990. 310p.

GOBER, M.; HERZEL, H.; GRAF, H. **Dimension analysis of El Niño/southern oscillation time series**. Ann. Geophys. 10, 729–734. 1992.

GOMES, A. G & VARRIALE, M. C. **modelagem de ecossistemas: uma introdução**. 2. ed. Santa Maria: UFSM, 2004. 503p.

GUSMÃO, ANA C.V.L.; DA SILVA, BERNARDO B.; MONTENEGRO, SUZANA M. G.L.; GALVÍNCIO, JOSICLÊDA D. **Determinação do Salso radiativo na Ilha do Bananal, TO, com imagens orbitais**. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v. 16, n. 10, p. 1107 - 1114, 2012.

GUTMAN, Yonatan; QIAO, Yixiao; SZABÓ, Gábor. **The embedding problem in topological dynamics and Takens' theorem**. Nonlinearity, v. 31, n. 2, p. 597, 2018.

GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. **Characterization of Strange Attractors**. The American Physical Society. USA, Vol.50, n. 5, p. 346-349. 1983.

INAMDAR, A. K.; GUILLEVIC, P. C. **Net Surface Shortwave Radiation from GOES Imagery - Product Evaluation Using Ground-Based Measurements from SURFRAD**. Remote Sensing, v. 7, n. 8, 10788 - 10814, 2015.

JONES, H. G. Plants and Microclimate. **A quantitative approach to environmental plant physiology**. 2ª ed. New York: Cambridge University Press, 1992, 413p.

LORENZ, E. **Deterministic nonperiodic flow**. Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 20. p. 130-141. 1963.

LORENZ, E. **The essence of chaos**. USA/Seattle: University of Washington Press, 1993. 227p.

MACHADO, Nadja Gomes et al. Sazonalidade do balanço de energia e evapotranspiração em área arbustiva alagável no Pantanal Mato-Grossense. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 31, n. 1, p. 82-91, 2016.

MATURANA, Humberto R.; GARCIA, Francisco J. Varela. **De máquinas e seres vivos: autopoiese; a organização do vivo**. Artes médicas, 1997.

MELLO, G. J. **Análise de Séries Temporais de Variáveis Micrometeorológicas Medidas em Floresta de Cambarazal no Pantanal Matogrossense Utilizando a Ciência da Complexidade**. Cuiabá, 2010. 90p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Física Ambiental – Instituto de Física. Universidade Federal de Mato Grosso.

MENDES, R. V. **Medidas de Complexidade e Auto-organização**, Universidade Técnica de Lisboa, pg. 3 – 14, 1998.

MONTEITH, J. L. **Principles of Environmental Physics**. London: 1ª ed. Edward Arnold, 241p. 1973.

MONTEIRO, L. H. A. **Sistemas Dinâmicos**. 3.ed. São Paulo, editora Livraria da Física, 2011. 670p.

MOREIRA, I. de C. **Sistemas Caóticos em Física – Uma Introdução**. Revista Brasileira de Ensino de Física. Vol. 15, p. 1-19. 1993.

NICOLIS, G. e PRIGOGINE, I. **Exploring Complexity – An Introduction**. 5ª edição. New York, U.S.A.: W. H. Freeman and Company, 1998. 312p.

NOVAIS, Giuliano Tostes; MACHADO, Lilian Aline. Os climas do Brasil: segundo a classificação climática de Novais. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. 32, p. 1-39, 2023.

NUSSENZVEIG, H. M. **Complexidade e caos**. ed.2. Rio de Janeiro: editora UFRJ, 2003. 276p.

OLIVEIRA, E. L. de. **Análise da dinâmica de um pêndulo elástico com excitação vertical no suporte**. São José do Rio Preto, 2006. 68p. Dissertação (Mestrado) – Matemática Aplicada, Universidade Estadual Paulista.

PALÚ, A. E. R. **Determinação do Tempo de Defasagem Mais Adequado Para Análise de Séries Temporais de Variáveis Microclimatológicas Medidas Numa**

Floresta de Transição no Norte de Mato Grosso. Cuiabá, 2008. 48p. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Física – Universidade Federal de Mato Grosso.

PINTO, R. M. A. **Análise de Séries Temporais Através de Representações do Espaço de Fases.** Porto (PORTUGAL), 2009. 75p. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

PRADO, M. F. **Desenvolvimento de uma Metodologia para Obtenção de Informações sobre Saldo de Radiação a Partir da Temperatura do Ar em Ecossistemas Naturais.** Cuiabá, 2017. 68p. Tese (Doutorado) – Instituto de Física – Universidade Federal de Mato Grosso.

PRADO, M. F. **Modelagem Primária da Temperatura do Ar em uma Floresta de Transição Amazônia-Cerrado no Norte do Mato Grosso.** Cuiabá, 2011. 62p. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Física – Universidade Federal de Mato Grosso.

PRIETO, W. H.; TOMAZ, E.; CREMASCO, M. A. Aplicação da Teoria do Caos em dados de concentração de material particulado inalável na atmosfera. In: **Anais do XX Congresso Brasileiro de Engenharia Química-COBEQ.** 2014. p. 8540-8547.

QUERINO, C. A. S.; MOURA, M. A. L.; QUERINO, J. K. A. S. **Impacto do Desmatamento de uma Área de Mangue no Albedo Superficial.** Revista Brasileira de Meteorologia, v. 28, n. 4, p. 401 - 408, 2013.

RAMESH, Nandini; CANE, Mark A. **The predictability of tropical Pacific decadal variability: Insights from attractor reconstruction.** Journal of the Atmospheric Sciences, v. 76, n. 3, p. 801-819, 2019.

RAZMINIA, Kambiz; RAZMINIA, Abolhassan; SHIRYAEV, Vladimir I. **Application of fractal geometry to describe reservoirs with complex structures.** Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, v. 82, p. 105068, 2020.

RUELLE, D. **Change and chaos**. 10. ed. United States of American: Princeton University Press. 1991. 195p.

RUELLE, D., TAKENS, F. **On the nature of turbulence**. Communications in Mathematical Physics, v.20, p.167-192, 1971

RUELLE, D. **Chaotic evolution and strange attractors: the statistical analysis of time series for deterministic nonlinear systems**. United Kingdom: Cambridge University Press, 2003. 96p.

RUDKE, A. P. et al. **Análise multitemporal da cobertura vegetal na reserva biológica do Jaru e zona de amortecimento, Rondônia**. Anais XVI Simpósio Brasileiro De Sensoriamento Remoto-SBSR, Foz do Iguaçu, PR, Brasil, INPE, p. 1564-1570, 2013.

SAVI, M. A. **Caos em Sistemas Mecânicos**. Série Arquimedes – Volume 1, p.1-27, 2002. Ed. J.M. Balthazar, M. Boaventura, G.N. Silva, M. Tsuchida. SBMAC – Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional.

SEPLAN-MT – Secretaria Estadual de Planejamento. **Perfil das Regiões de Planejamento de Mato Grosso 2017**. 1ªed. Cuiabá, 2017. Disponível em: <https://bit.ly/2F3WmDZ>.

SCHWENK, Lunalva Moura. Domínios biogeográficos. **MORENO, Gislaene; HIGA, Teresa**, 2005.

SEINFELD, J.H.; PANDIS, SPYROS N. **Atmospheric Chemistry and Physics: From Air Pollution to Climate Change**. New york, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1326 p.1998.

SUGIHARA, George et al. **Detecting causality in complex ecosystems**. Science, v. 338, n. 6106, p. 496-500, 2012.

STEWART, I. **Será que Deus joga dados?** A nova matemática do caos. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1991. P. 336. Coleção ciência e cultura.

TAKENS, F. **Detecting strange attractors in turbulence**. In Dynamical systems and turbulence (eds D. A. Rand & L. S. Young). Lecture notes in mathematics, no. 898, pp. 366–381. Berlin, Germany: Springer. 1981.

TANG, Jianwu et al. Steeper declines in forest photosynthesis than respiration explain age-driven decreases in forest growth. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 111, n. 24, p. 8856-8860, 2014.

TSONIS, A.A. **Chaos: from theory to applications**. New York: Plenum Press, 1992, 274 p.

VAN DEN BLEEK, C. M., SCHOUTEN, J. C. **Deterministic chaos: a new tool in fluidized bed design and operation**. Chemical Engineering Journal, v. 53, pp. 75-87, 1993.

VAN DER SCHAAF, J., VAN OMMEN, J.R., TAKENS, J.C., SCHOUTEN, J.C., VAN DEN BLEEK, C.M. **Similarity between chaos analysis and frequency analysis of pressure fluctuations in fluidized beds**. Chemical Engineering Science, vol. 59, no. 8-9, pp.1829–1840, 2004.

VAREJÃO-SILVA, M. A. **Meteorologia e climatologia**. 2ª edição. Brasília:

VILLATE, Jaime E. **Introdução aos sistemas dinâmicos: uma abordagem prática com máxima**. 2011. 09-112p.

VILLATE, Jaime E. **Dinâmica e sistemas dinâmicos**. 2019. 238-292p.

WOODSIDE, Arch G.; NAGY, Gábor; MEGEHEE, Carol M. **Applying complexity theory: A primer for identifying and modeling firm anomalies**. Journal of Innovation & Knowledge, v. 3, n. 1, p. 9-25, 2018.

YAP, Han Lun et al. **A first analysis of the stability of Takens' embedding**. In: 2014 IEEE global conference on signal and information processing (globalsip). IEEE, 2014. p. 404-408.

ZERI, Marcelo; SÁ, Leonardo Deane A.; NOBRE, Carlos A. Contribution of coherent structures to the buoyancy heat flux under different conditions of stationarity over Amazonian forest sites. **Atmospheric Science Letters**, v. 16, n. 3, p. 228-233, 2015.