

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA E MEIO AMBIENTE**

**ANÁLISE HARMÔNICA DO REGIME DE PRECIPITAÇÃO EM  
DUAS LOCALIDADES DA BAIXADA CUIABANA**

**MARCIO FONSECA**

**Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz  
ORIENTADOR**

**CUIABÁ, MT, FEVEREIRO 2008**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA E MEIO AMBIENTE**

**ANÁLISE HARMÔNICA DO REGIME DE  
PRECIPITAÇÃO EM DUAS LOCALIDADES DA  
BAIXADA CUIABANA**

**MARCIO FONSECA**

*Dissertação apresentada ao programa de  
Pós-graduação em Física e Meio Ambiente  
da Universidade Federal de Mato Grosso,  
como parte dos requisitos para obtenção do  
título de Mestre em Física e Meio Ambiente.*

**Prof. Dr. GERALDO LÚCIO DINIZ  
ORIENTADOR**

Cuiabá, MT, Fevereiro 2008

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

F676a Fonseca, Marcio

Análise harmônica do regime de precipitação em duas localidades da Baixada Cuiabana / Marcio Fonseca. – 2008.

x, 66p. : il. ; color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Pós-Graduação em Física e Meio Ambiente, 2008.

“Orientação: Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz”.

CDU – 551.577.5:517.518.45(817.2)

### Índice para Catálogo Sistemático

1. Precipitação – Baixada Cuiabana (MT)
2. Chuvas – Meteorologia – Cuiabá (MT)
3. Precipitação – Séries de Fourier – Modelo matemático
4. Precipitação acumulada – Método dos mínimos quadrados

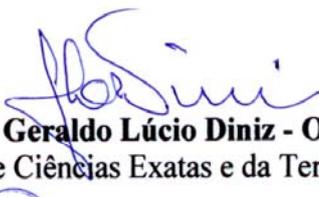
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA**  
**Departamento de Física**  
**Programa de Pós-Graduação em Física e Meio Ambiente**

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

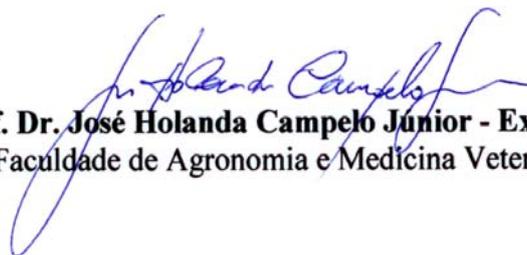
**TÍTULO: ANÁLISE HARMÔNICA DO REGIME DE  
PRECIPITAÇÃO EM DUAS LOCALIDADES DA  
BAIXADA CUIABANA**

**AUTOR: MARCIO FONSECA**

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em 08 de fevereiro de 2008, pela comissão julgadora:

  
**Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz - Orientador**  
Instituto de Ciências Exatas e da Terra – UFMT

  
**Profa. Dra. Rosane Ferreira de Oliveira - Examinadora Externa**  
Instituto de Ciências Exatas - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

  
**Prof. Dr. José Holanda Campelo Júnior - Examinador Interno**  
Faculdade de Agronomia e Medicina Veterinária – UFMT

## **DEDICATÓRIA**

Aos meus pais, Sebastiana (*in memoriam*) e Maurilo,  
muito obrigado pela educação que me deram.

## **AGRADECIMENTOS**

A minha namorada, Claudete, que sempre incentivou a realizar meus estudos;

A minha filha, Ana Carolina, que sempre orou por mim;

Ao Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz, por acreditar e me orientar nesta caminhada;

Aos professores doutores do programa: Prof. José de Souza Nogueira (Paraná), Prof. Sergio Roberto de Paulo, Prof. José H. Campelo Junior e Prof. Francisco Almeida Lobo por me ensinarem novas realidades;

Ao Prof. Dr. Carlo Ralph De Musis um agradecimento especial, pela ajuda e apoio;

Ao Prof. Dr. Fabiano César Cardoso (UFMT/Sinop), pelo apoio, amizade e dedicação;

Ao Prof. Dr. Ricardo Robinson Campomanes Santana (UNEMAT/Sinop), por seu apoio e incentivo;

Ao Prof. Dr. Rodrigo Bruno Zanin (UNEMAT/Sinop), pelo apoio e ajuda;

Ao Departamento de Matemática da UNEMAT/ Sinop, representado pelo Prof. Érico Fernando de Oliveira Martins;

Ao Prof. MSc. Elzio Pacheco pela disponibilidade de pousada em sua residência;

As colegas Alexandra, Ângela e Flávia pelo apoio incondicional para efetivação do trabalho;

Aos colegas de curso, não só pela amizade estabelecida, mas pelos momentos de aprendizagem vividos juntos;

A secretária do programa, Soilce, por sua atenção e alegria;

A todos os colegas de profissão e alunos que passaram em minha vida.

## SUMÁRIO

|  |             |
|--|-------------|
| <b>LISTA DE FIGURAS</b> .....                                    | <b>vii</b>  |
| <b>LISTA DE TABELAS</b> .....                                    | <b>viii</b> |
| <b>RESUMO</b> .....  | <b>ix</b>   |
| <b>ABSTRACT</b> .....  | <b>x</b>    |
| <b>INTRODUÇÃO</b> .....  | <b>1</b>    |
| <b>CAPÍTULO 1</b> .....  | <b>3</b>    |
| <b>CONCEITOS PRINCIPAIS E ESTADO DA ARTE</b> .....               | <b>3</b>    |
| 1.1    CICLO HIDROLÓGICO.....                                    | 4           |
| 1.2    CLIMA: CONCEITOS E CARACTERÍSTICAS .....                  | 5           |
| 1.2.1    Clima.....  | 5           |
| 1.2.2    Mudanças Climáticas.....                                | 5           |
| 1.2.3    Regime de Precipitações.....                            | 7           |
| 1.3    CARACTERÍSTICAS CLIMÁTICAS BRASILEIRAS.....               | 8           |
| 1.3.1    Características gerais .....                            | 8           |
| 1.3.2    Os Climas no Brasil .....                               | 8           |
| 1.3.3    Região Centro-Oeste.....                                | 9           |
| 1.4    MODELAGEM DE SISTEMAS AMBIENTAIS.....                     | 10          |
| 1.4.1    Tipos de Modelos .....                                  | 11          |
| 1.4.2    Modelos de Estudo de Precipitação.....                  | 12          |
| <b>CAPÍTULO 2</b> .....  | <b>19</b>   |
| <b>ANÁLISE HARMÔNICA</b> .....                                   | <b>19</b>   |
| 2.1    SÉRIES TEMPORAIS .....                                    | 21          |
| 2.1.1    Introdução .....  | 21          |
| 2.1.2    Componentes não observáveis de uma série histórica..... | 22          |
| 2.1.2.1    Modelos de regressão polinomial.....                  | 22          |
| 2.1.2.2    Comportamento ao redor de um ponto .....              | 23          |
| 2.1.3    Sazonalidade .....                                      | 23          |
| 2.1.4    Modelos auto-Regressivos .....                          | 24          |
| 2.1.5    Modelos lineares generalizados.....                     | 25          |
| 2.2    FUNÇÕES PERIÓDICAS.....                                   | 26          |
| 2.2.1    Conceito geral.....                                     | 26          |
| 2.2.2    Polinômio trigonométrico .....                          | 26          |
| 2.2.3    Série trigonométrica.....                               | 26          |
| 2.2.4    Séries de Fourier e coeficientes de Fourier .....       | 27          |
| 2.3    AJUSTE DE CURVAS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS.....   | 28          |
| 2.3.1    Caso Discreto.....                                      | 29          |

|   |           |
|---|-----------|
| 2.3.1.1 <i>Polinômios de Chebyshev</i> .....  | 30        |
| 2.3.1.2 <i>Fenômeno de Gibbs</i> .....  | 32        |
| 2.3.2 Caso Contínuo.....  | 32        |
| <b>CAPÍTULO 3.....</b>  | <b>34</b> |
| <b>DESCRIÇÃO METODOLÓGICA.....</b>  | <b>34</b> |
| 3.1 ÁREA DE ESTUDO.....   | 34        |
| 3.2 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS.....  | 35        |
| 3.2.1 Dados brutos .....  | 35        |
| 3.2.2 Cálculo das Funções .....   | 36        |
| 3.2.3 Cálculos Estatísticos .....   | 39        |
| <b>CAPÍTULO 4.....</b>  | <b>41</b> |
| <b>RESULTADOS E ANÁLISE .....</b>   | <b>41</b> |
| 4.1 DADOS DE CUIABÁ – SÉRIE TEMPORAL DE 95 ANOS.....                                      | 42        |
| 4.1.1 Ajuste para os Dados de Precipitação Mínima .....                                   | 42        |
| 4.1.2 Ajuste para os dados de Precipitação Acumulada (Cuiabá).....                        | 44        |
| 4.2 DADOS DE SANTO ANTÔNIO DE LEVERGER.....   | 46        |
| 4.2.1 Precipitação Mínima.....  | 46        |
| 4.2.2 Precipitação Acumulada.....   | 48        |
| 4.3 COMPARAÇÕES.....  | 50        |
| 4.3.1 Precipitação Acumulada Cuiabá (20 anos) x Acumulada Santo Antônio de Leverger ..... | 50        |
| 4.3.2 Acumulada Cuiabá em Dois Períodos.....  | 52        |
| 4.3.3 Picos de Máximo e Mínimo de Precipitação Acumulada na Série de Cuiabá 55            |           |
| <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>  | <b>58</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>  | <b>59</b> |
| <b>APÊNDICE.....</b>  | <b>63</b> |
| Funções Obtidas.....  | 63        |
| 1. Precipitação mínima de Cuiabá – série temporal de 95 anos .....                        | 63        |
| 2. Precipitação acumulada de Cuiabá – série temporal de 95 anos .....                     | 64        |
| 3. Precipitação mínima de Santo Antônio de Leverger .....                                 | 64        |
| 4. Precipitação acumulada de Santo Antônio de Leverger .....                              | 65        |
| 5. Precipitação acumulada de Cuiabá, nos últimos 20 anos .....                            | 65        |
| 6. Precipitação do primeiro período de Cuiabá.....  | 65        |
| 7. Precipitação do segundo período de Cuiabá.....   | 65        |
| 8. Equação linear da reta de regressão do pico de máximo de Cuiabá.....                   | 66        |
| 9. Equação linear da reta de regressão do pico de mínimo de Cuiabá.....                   | 66        |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1: Histograma de porcentagem da altura pluviométrica acumulada mensal em Cuiabá (1912 a 2006).....            | 41 |
| Figura 2: Histograma de porcentagem da altura pluviométrica mensal em Santo Antônio de Leverger (1987 a 2006).....   | 42 |
| Figura 3: Diagrama de dispersão para a precipitação mínima em Cuiabá (1912 a 2006) .....                             | 43 |
| Figura 5: Diagrama de dispersão para a precipitação acumulada em Cuiabá (1912 a 2006) .....                          | 44 |
| Figura 6: Curva de ajuste para a precipitação acumulada de Cuiabá (1912-2006).....                                   | 45 |
| Figura 7: Diagrama de dispersão para a precipitação mínima em Santo Antônio de Leverger. ....                        | 46 |
| Figura 8: Ajuste de curva para precipitação mínima em Santo Antônio de Leverger ....                                 | 47 |
| Figura 9: Ajuste de curva para a precipitação mínima, utilizando polinômios de Chebyshev. ....                       | 47 |
| Figura 10: Diagrama de dispersão para a precipitação acumulada em Santo Antônio de Leverger.....                     | 48 |
| Figura 11: Ajuste de curva da precipitação acumulada em Santo Antônio de Leverger                                    | 49 |
| Figura 12: Ajuste para precipitação acumulada em Santo Antônio de Leverger, utilizando polinômios de Chebyshev. .... | 49 |
| Figura 14: Ajuste de curva para a precipitação acumulada no primeiro período (1925-1944). ....                       | 53 |
| Figura 15: Ajuste de curva para a precipitação acumulada no segundo período (1987-2006). ....                        | 54 |
| Figura 16: Sobreposição dos gráficos de ajuste de curvas das figuras 20 e 21.....                                    | 55 |
| Figura 17: Picos de precipitação máxima e mínima em 95 anos. ....  | 56 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1: Tipos de funções.....   | 29 |
| Tabela 2: Estatística descritiva da precipitação acumulada para Cuiabá (20 anos) e Santo Antônio de Leverger..... | 50 |
| Tabela 3: Estatística descritiva da precipitação acumulada para Cuiabá (95 anos) e Santo Antônio de Leverger..... | 51 |
| Tabela 4: Teste F entre os grupos para Cuiabá (95 anos) e Santo Antônio de Leverger.....                          | 51 |
| Tabela 5: Teste t entre os grupos para Cuiabá (95 anos) e Santo Antônio de Leverger.....                          | 52 |
| Tabela 6: Estatística descritiva da precipitação acumulada de Cuiabá em dois períodos.....                        | 53 |

## **RESUMO**

FONSECA, M. **Análise harmônica do regime de precipitação em duas localidades da Baixada Cuiabana.** Cuiabá, MT. 2008. p. 65. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Ciências Exatas e da Terra. Universidade Federal do Estado de Mato Grosso.

Este trabalho teve como objetivo estudar e modelar o comportamento do regime de precipitação em dois municípios da Baixada Cuiabana/MT, com duas séries históricas: uma de 95 anos e a outra de 20 anos. Com o auxílio das séries de Fourier e ajuste pelo método dos mínimos quadrados, foi desenvolvido um modelo matemático, elaborado a partir de uma função, que melhor se ajustava aos dados obtidos, pelo critério de mínimos quadrados. Os modelos de precipitação acumulada foram comparados entre si, para verificar a existência, ou não de similaridade no comportamento do regime de chuvas. O modelo comprovou a ocorrência de periodicidade no regime pluviométrico na área estudada. Foram comparados os picos de máximo e de mínimo da precipitação acumulada e percebeu-se uma influência das mudanças climáticas. A obtenção de um modelo aproximado para a precipitação local favorece a previsão para os anos com maior ou menor precipitação, ajudando na elaboração de políticas públicas, tanto na área urbana como na área rural.

**Palavras-chave:** Séries de Fourier; modelo matemático; precipitação, método dos mínimos quadrados.

## **ABSTRACT**

**FONSECA, M. Analysis harmonica of the precipitation in the Cuiabá metropolitan area.** Cuiabá. MT. 2008. p. 65. Master's thesis – Instituto de Ciências Exatas e da Terra. Universidade Federal do Estado de Mato Grosso.

This work had as objective the study and modelling of the behaviour for the precipitation regime in two cities of the Cuiabá metropolitan area/MT - Brazil, with two historical series: 95 years ones and 20 years, another. We used the Fourier's series and approximation by the squared minimums method. A mathematical model was obtained for a function which was the better approximated adjusted to the gotten data. The accumulated precipitation models had been compared between themselves, to verify the existence of similarity in the behaviour of the rain regimen and proved the occurrence of regularity in the rain regimen in the studied area. The maximum and minimum picks of the accumulated precipitation were compared and the influence of the climatic changes was verified. The obtaining of an approximate model for the local precipitation favours the forecast for the years with greater or lesser precipitate level, in order to support the elaboration of public policies, in the urban and rural areas.

**Key words:** Fourier's series, mathematical model, precipitation, square minimums method

## INTRODUÇÃO

Desde o momento em que deixou de ser nômade, o homem passou a ter a preocupação de utilizar áreas agricultáveis para o seu próprio sustento e conseqüentemente, com o aumento populacional, veio à necessidade de aumentar a produção agrícola.

Devido a essa situação o homem começou a expandir a área para o cultivo de seus alimentos. No Brasil, esse acontecimento remonta desde a colonização. Porém, nas décadas de 1970 e 1980, ocorreu uma expansão da área agrícola em direção às regiões Centro-Oeste e Norte na Amazônia Legal, ocasionando um processo de desmatamento sem precedentes, tanto no cerrado como na floresta, levando a alterações climáticas (STEINKE, 2004).

Dentre essas, encontra-se o ciclo das chuvas, que por sua vez, está ligado diretamente ao fluxo de calor latente e a evapotranspiração, que têm sido afetados continuamente pelo desmatamento, queimadas e o aumento dos gases do efeito estufa, mudando a característica hidrográfica nacional e regional, em particular.

As características atmosféricas de um determinado local são influenciadas pelas condições reinantes no lugar, resultantes da combinação de algumas grandezas físicas denominadas elementos climáticos. Tais condições são chamadas de tempo meteorológico, popularmente chamadas de “condições do tempo” (AYOADE, 2002). O clima seria em síntese: a generalização das diferentes condições de tempo prevalentes nesse lugar e considera um número bem maior de dados, como a frequência de alguns fenômenos meteorológicos mais comuns no local, além das condições médias de tempo.

O tempo varia em curto período cronológico, por exemplo, um dia. O clima, entretanto, varia de um local para outro, principalmente devido às variações da intensidade, quantidade e distribuição dos elementos climáticos, entre os quais, os mais simples de serem obtidos, e mais importantes, são a temperatura e a precipitação (PEREIRA et al, 2002).

De acordo com Bastos et al (1997), a maior flutuação na radiação solar, na temperatura do ar e umidade atmosférica está associada ao padrão das chuvas,

verificando-se que, por ocasião do período mais chuvoso, ocorre redução na temperatura do ar, na radiação solar global, no brilho solar e aumento na umidade do ar, ocorrendo o oposto no período de menor pluviosidade.

A chuva é um elemento climático fundamental para as plantas, pois a água é elemento essencial para o crescimento desempenha importante papel na fotossíntese e, portanto, na produção vegetal. Essa importância se torna maior nas regiões tropicais úmidas e na Amazônia porque, ao contrário das regiões fora dos trópicos onde o cronograma agrícola é determinado pela temperatura, o elemento regulador da agricultura é a chuva, dada a sua função na disponibilidade de água para as plantas durante o ano.

A presente pesquisa está voltada ao estudo e modelagem da precipitação em duas localidades da Baixada Cuiabana. Ajustando um modelo matemático aos dados de modo a obter uma representação do comportamento da variação da altura pluviométrica, que pudesse prever índices pluviométricos futuros num sentido mais qualitativo, isto é, em termos de previsões de secas mais prolongadas ou regime de chuvas acima do normal. Desta forma, poderia servir como ferramenta de suporte aos órgãos de decisão para a adoção de políticas públicas preventivas, que envolvam questões ligadas a seca ou a inundação.

# **CAPÍTULO 1**

## **CONCEITOS PRINCIPAIS E ESTADO DA ARTE**

A região Centro-Oeste nos últimos trinta anos sofreu uma transformação em suas características ambientais, devido à migração populacional em direção a essa área (SOUZA, 2001). Através de um modelo de desenvolvimento sócio-econômico, houve um enorme processo de extrativismo vegetal (corte de árvores) e, em seguida, as expansões agrícolas, tendo como consequência o desmatamento de grandes áreas.

Ao estabelecer sistemas de manejo e exploração da floresta, o homem afeta as capacidades básicas de auto-renovação das florestas. Presume-se que a alteração no índice pluviométrico é resultante da mudança da cobertura vegetal primitiva para áreas agrícolas ou vegetação secundária.

A preocupação com o comportamento climático global devido à ação antrópica evidenciou-se na década de 80 (século XX), com o questionamento sobre o desmatamento das florestas, redução da camada de ozônio e o agravamento do efeito estufa.

Este planeta dispõe de um eficiente sistema de aproveitamento de energia solar e de reciclagem de matéria. Atualmente, a Terra, possui uma reserva de água, ar e comida suficientes para manter os seres humanos. Todavia, o progressivo aumento populacional pode trazer, a médio e longo prazo, problemas sérios para a sobrevivência da espécie humana.

Como consequência da lei da conservação de massas, os resíduos energéticos, principalmente na forma de calor, somados aos resíduos de matéria, alteram a qualidade do meio ambiente. A tendência natural de qualquer sistema, como um todo, é o aumento da entropia (grau de desordem). Assim, utilizando-se da energia solar e por meio de sua tecnologia e de seu metabolismo, o homem processa os recursos naturais finitos gerando algum tipo de alteração climática.

O vasto desmatamento e as grandes queimadas de biomassa em florestas tropicais compõem as atividades antropogênicas mais devastadoras quando se fala de diminuição da diversidade biológica (fauna e flora), além de provocarem impactos

indesejáveis nos processos associados às dinâmicas de emissões, transporte e deposições, próprias dos ciclos biogeoquímicos (FREITAS; CASTRO JÚNIOR, 2004). Como consequência, as grandes quantidades de partículas de fumaça produzidas nessas queimadas podem atuar como Núcleos de Condensação de Nuvens (NCN), influenciando a microfísica e as propriedades ópticas das nuvens, um efeito que, certamente, tem repercussões no balanço de radiação, no albedo e no ciclo hidrológico nos trópicos (CRUTZEN; ANDREAE., 1990; KAUFMAN; NAKAJINA, 1993).

## **1.1 CICLO HIDROLÓGICO**

A água é o principal componente dos organismos vivos, seu percentual no peso dos seres vivos varia de 70% a 90% (MORAES, 2006).

Ela é o grande regulador do ambiente, além de seu alto calor específico (1cal/g.°C), possui elevado calor latente de fusão (80 cal/g.°C) e alto calor de vaporização (536 cal/g.°C). A presença de água é fundamental para a existência de vida no planeta, uma vez que ela atua como regulador térmico do ambiente fazendo com que seja minimizada a diferença de temperatura entre a noite e o dia graças ao seu alto calor específico (FREITAS; CASTRO JÚNIOR, 2004).

O ciclo da água é iniciado pela energia solar que retira a água, em forma de vapor, da superfície terrestre e aquática e a incorpora ao sistema de circulação geral da atmosfera e esta por sua vez cria condições de precipitação pelo resfriamento do ar úmido que forma as nuvens devolvendo a água para superfície do planeta através da chuva.

Assim, a umidade atmosférica deve ser reposta em média 40 vezes por ano, implicando um tempo de residência dessa umidade de aproximadamente nove dias. Nos oceanos, a evaporação excede a precipitação e nos continentes ocorre o oposto. Donde se pode concluir que boa parte da água da chuva nos continentes provém da evaporação da água dos oceanos (FREITAS; CASTRO JÚNIOR, 2004).

A circulação que ocorre com o vapor d'água é de fundamental importância para o clima de diversas regiões, uma vez que dela depende a distribuição da precipitação nas diversas partes do planeta. A quantidade, distribuição e

periodicidade das precipitações, é que irão determinar as características dos principais biomas terrestres.

## **1.2 CLIMA: CONCEITOS E CARACTERÍSTICAS**

### **1.2.1 Clima**

Segundo o Painel Intergovernamental sobre Mudanças do Clima (IPCC, 2001), num sentido menos amplo, clima é geralmente definido como uma média das condições do tempo, e mais rigorosamente, seria uma descrição estatística em termos das condições do tempo em escala cronológica que pode ser de dias, meses e até anos.

O sistema atmosférico é determinado pela interação de alguns fatores, tais como:

- a) astronômicos – energia solar, rotação e translação;
- b) geográficos – latitude, longitude, relevo, água e extensão de terras;
- c) biogeográficos – distribuição e dinâmicas dos biomas, fatores socioeconômicos<sup>1</sup>.

### **1.2.2 Mudanças Climáticas**

O IPCC (2001) define mudança climática como sendo as mudanças temporais do clima devido à variabilidade natural e/ou resultados de atividades humanas. Para a Organização Meteorológica Mundial (OMM), a evolução do comportamento atmosférico nunca é igual de um ano para outro ou mesmo de uma década para outra, em que se pode verificar flutuações a curto, médio e longos prazos. Assim, segundo Conti (2000), se podem distinguir as seguintes categorias de variação:

---

<sup>1</sup> Fatores socioeconômicos, aqui, são considerados como a expansão urbana e a abertura de grandes áreas para plantio.

- Mudança climática: termo mais geral que abrange toda e qualquer manifestação de inconstância climática, independente de sua natureza estatística, escala temporal ou causas físicas;
- Tendência climática: aumento ou diminuição lenta dos valores médios ao longo de séries de dados, se possível de três décadas. Essa tendência não é restrita a uma mudança linear ao longo do tempo, mas caracteriza-se apenas por um mínimo e um máximo nos pontos terminais do registro;
- Descontinuidade climática: é a mudança abrupta e permanente de um valor médio para outro, durante o período de registro;
- Flutuação climática: correspondente a qualquer forma de mudança sistemática, regular ou irregular, caracterizada ao menos por duas máximas (ou mínimas) e uma mínima (ou máxima) observadas no período de registro;
- Variação climática: é uma flutuação cujas características, em escala temporal, são suficientemente longas para resultar em diferença apreciável entre médias (ou normas) sucessivas, geralmente observada na escala de décadas;
- Oscilação climática: é uma flutuação na qual a variável tende a se mover gradual e suavemente entre máximas e mínimas sucessivas;
- Vacilação climática: flutuação na qual a variável tende a permanecer, alternadamente, em torno de dois (ou mais) valores e a movimentação de um valor médio para outro ocorre a intervalos regulares ou irregulares;
- Periodicidade climática: oscilação em que as máximas e as mínimas correm a intervalos de tempo iguais;
- Variabilidade climática: maneira pela qual os parâmetros climáticos variam no interior de um determinado período de registro expressos através do desvio padrão ou coeficiente de variação.

### 1.2.3 Regime de Precipitações

Além da mudança da composição química da atmosfera, a influência humana também ocorre através das alterações físicas da superfície continental (CASTANHO, 1999). As alterações na troca de vegetação ou urbanização podem ter influências significativas no clima, sendo seus efeitos pouco conhecidos (STEINKE, 2004). Portanto é importante conhecer os efeitos das alterações da vegetação sobre o meio ambiente.

O ciclo hidrológico é parte integrante do clima. O clima é fator determinante das características superficiais e atua na formação do solo, tipo de vegetação, tipo de relevo e sistema de drenagem. Concomitantemente, a superfície possui uma influência sobre o clima, através de fatores:

- a) físicos – como relevo e características físicas do solo e
- b) biológicos – no qual, destaca-se, a vegetação.

Esse conjunto de fatores determina a interação entre a umidade atmosférica, a precipitação, o escoamento superficial e o balanço de energia na forma de calor latente e sensível, apesar de Nobre e Shulka (1991), sugerirem que existe independência entre os processos de superfície e o clima.

Mudanças nas características da vegetação e nas variáveis climáticas de superfície, como cobertura e umidade do solo alteram os fluxos de água e energia para a atmosfera. Para Steinke (2004), um fato merecedor de atenção é o efeito da urbanização, principalmente materializado pelo que se conhece como “ilha de calor”. Ela é formada quando a cobertura vegetal é substituída por asfalto e concreto, aumentando a proporção de energia utilizada para aquecer o ar, uma vez que existe pouca água para ser evaporada, já que a vegetação foi retirada.

A absorção de energia solar na vegetação depende das dimensões do dossel (parte formada pela copa das árvores que formam o estrato superior da floresta, de acordo com a Resolução CONAMA 012/94) e da fração de cobertura e de solo nu.

A temperatura de superfície é função da quantidade de energia disponível em todos os comprimentos de onda e de como essa energia é fracionada em fluxo de calor sensível (aquecimento) e fluxo de calor latente ou evapotranspiração (umedecimento do ar), conforme Ometto (1981).

Os dosséis altos e densos exercem um arrasto aerodinâmico, reduzindo o vento próximo à superfície e gerando turbulência que estimula a transpiração, a evaporação da precipitação interceptada e a difusão turbulenta de vapor d'água na camada limite planetária. A interação entre o tipo de solo e a vegetação é importante para hidrologia, infiltração da precipitação e escoamento superficial (SOUZA FILHO et al, 2005).

O estudo da vulnerabilidade hidrológica em relação às mudanças climáticas se faz importante, pois essas mudanças não alteram somente as vazões dos rios, mas também os condicionantes que dão sustentabilidade ao meio ambiente, como a fauna e a flora. Ao longo do tempo, a modificação climática gera outros ambientes em função da ocorrência de maior ou menor precipitação, temperatura, umidade, etc.

### **1.3 CARACTERÍSTICAS CLIMÁTICAS BRASILEIRAS**

#### **1.3.1 Características gerais**

Em consequência de fatores variados, a diversidade climática do território brasileiro é muito grande. Dentre eles, destacam-se a fisionomia geográfica, a extensão territorial, o relevo e a dinâmica das massas de ar. Este último fator é de suma importância porque atua diretamente, tanto na temperatura quanto na pluviosidade, provocando as diferenciações climáticas regionais. As massas de ar que interferem mais diretamente são: a equatorial (continental e atlântica), a tropical (continental e atlântica) e a polar atlântica (ROSS, 2001).

#### **1.3.2 Os Climas no Brasil**

De acordo com Ross (2001), o clima brasileiro se divide em

- a) clima super-úmido com características diversas, tais como o super-úmido quente (equatorial); super-úmido mesotérmico (subtropical) e super-úmido quente (tropical);
- b) clima úmido, também com várias características: clima úmido quente (equatorial); clima úmido subquente (tropical) e o clima úmido quente (tropical);

c) clima semi-úmido quente (tropical);

d) clima semi-árido, com diversificação quanto à umidade, correspondendo a uma ampla área do clima tropical quente. Assim, tem-se o clima semi-árido brando; o semi-árido mediano; o semi-árido forte e o semi-árido muito forte;

e) clima mesotérmico, tipo temperado.

### 1.3.3 Região Centro-Oeste

De acordo com Ross (2001), três sistemas de circulação interferem na região Centro-Oeste: sistema de correntes perturbadas de Oeste representadas por tempo instável no verão; sistema de correntes perturbadas de Norte, que provoca chuvas no verão, outono e inverno no norte da região e sistema de correntes perturbadas de Sul, representado pelas frentes polares antárticas, invadindo a região no inverno com grande frequência, provocando chuvas de um a três dias de duração.

Nos extremos norte e sul da região, a temperatura média anual é de 22°C e nas chapadas varia de 20° a 22°C. Na primavera-verão, são comuns temperaturas elevadas, quando a média do mês mais quente varia de 24° a 26°C. A média das máximas de setembro (mês mais quente) oscila entre 30° e 36°C.

O inverno é uma estação amena, embora ocorram com frequência temperaturas baixas, em razão da invasão polar, que provoca as friagens, comuns nesta época do ano. A temperatura média do mês mais frio oscila entre 15° e 24°C, e a média das mínimas, de 8° a 18°C, não sendo rara a ocorrência de mínimas absolutas negativas.

A caracterização da pluviosidade da região se deve quase que exclusivamente ao sistema de circulação atmosférico. A pluviosidade média anual varia de 2.000 a 3.000 mm ao norte de Mato Grosso e de 1.250 a 2.200 mm no Pantanal Mato-Grossense.

Apesar dessa desigualdade, a região é bem provida de chuvas. Sua sazonalidade é tipicamente tropical, com máxima no verão e mínima no inverno.

Mais de 70% do total de chuvas acumuladas durante o ano se precipitam de novembro a março. O inverno é excessivamente seco, pois as chuvas são muito raras.

## **1.4 MODELAGEM DE SISTEMAS AMBIENTAIS**

Para Cristofolletti (2002), a modelagem é um procedimento que envolve um conjunto de técnicas que tem por finalidade compor um quadro simples e compreensível às pessoas comuns. É um procedimento que consiste em combinar uma abstração da realidade, em função das concepções de mundo, trabalhando no campo da abordagem teórica e ajustando as experiências empíricas.

Os modelos podem assumir características qualitativas ou quantitativas, escrita em termos lógicos ou matemáticos.

Ainda de acordo com Christofolletti (2002), as perspectivas que envolvem uma análise ambiental englobam estudos que considere a complexidade do sistema e o estudo das partes componentes. A abordagem holística<sup>2</sup> sistêmica é necessária para compreensão de como os componentes ambientais se estruturam e funcionam, como diferentes unidades complexas entre elas. Há necessidade de visualizar os subconjuntos e as partes componentes em cada um deles, de maneira a conhecer suas características e as relações entre eles.

Na análise e modelagem ambiental, temos os seguintes tipos de sistemas:

- Sistemas isolados: são aqueles que não sofrem nenhuma perda nem recebem energia e matéria do ambiente que os circundam.
- Sistemas não-isolados: são aqueles que mantêm relações com os demais sistemas, podendo ser subdivididos em: fechado (há perda ou ganho de energia) e abertos (ocorrem constantes trocas de energia e matéria).

---

<sup>2</sup> Holística é definida como a concepção de que o todo possui propriedades que não podem ser explicadas em termos de seus constituintes individuais.

### 1.4.1 Tipos de Modelos

Modelo de modo geral é qualquer representação aproximada de um fenômeno estudado, possibilitando aproximar a realidade, prever determinado comportamento, transformação ou evolução.

Os tipos de modelos são:

1. Modelos análogos naturais: têm a finalidade de esclarecer determinada categoria de fenômenos ou sistemas.
2. Modelos abstratos: fundamentam-se na perspectiva de que a pesquisa pode ser mais bem realizada pela análise de estrutura do sistema envolvido na problemática focalizada pela pesquisa, discernindo as suas partes supostamente componentes.

Dentro dos modelos abstratos encontramos os modelos matemáticos que para Bassanezi (2002), “... consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Segundo Christofletti (2002), os modelos matemáticos podem ser classificados em três classes:

1. Modelos determinísticos: são baseados nas noções matemáticas clássicas de relações exatamente previsíveis entre variáveis independentes e dependentes e consistem num conjunto de afirmações matemáticas especificadas (deduzidas da experiência ou da intuição), a partir das quais consequências únicas podem ser deduzidas pela argumentação matemática.
2. Modelos Probabilísticos ou Estocásticos: são expressões que envolvem variáveis, parâmetros e constantes matemáticas, juntamente com um ou mais componentes aleatórios resultantes de flutuações imprevisíveis dos dados de observação ou da experimentação.

Além das modelagens indicadas acima, existem os modelos *fuzzy*, que segundo Barros e Bassanezi (2006), têm a principal intenção de dar um tratamento

matemático a certos termos lingüísticos subjetivos, como “aproximadamente”, “em torno de”, dentre outros. Ainda de acordo com esses autores a lógica *fuzzy* seria um primeiro passo no sentido de se programar e armazenar conceitos vagos em computadores, tornando possível a produção de cálculos com informações incipientes ou mesmo imprecisas.

#### 1.4.2 Modelos de Estudo de Precipitação

Segundo Bernadara et al (2006), na literatura, a maioria dos modelos de disponibilidade de chuva é do tipo de fluxo, em que estes são representações da variabilidade da intensidade e da quantidade de chuva em uma área e em determinado período.

As previsões de tempo, de acordo com Clarke e Silva Dias (2002), são normalmente divididas nas seguintes escalas temporais:

- a. até 12 horas – muito curto prazo ou *nowcasting*;
- b. de 12 a 48 horas – curto prazo;
- c. até 10 dias – médio prazo e
- d. de 10 a 60 dias – longo prazo ou intrasazonal.

No Brasil as previsões de tempo tiveram um grande avanço com a introdução da análise numérica para o tempo, produzida através de computadores de alto desempenho, pelo Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPTEC), órgão do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). Tanto o CPTEC, como outros centros, utilizam-se de métodos estatísticos para previsões climáticas, porém com dificuldade no que se refere à regionalização e falha em condições não típicas.

O modelo do CPTEC faz uso de um procedimento denominado *Simplified Biophere* (Biosfera Simplificada), SIB, no qual o papel da vegetação é representado na forma de resistência ao transporte de água entre o solo e a superfície das folhas, através das raízes e depois entre a superfície das folhas e o ar através dos estômatos. Considerando, também, de forma realista o processo de transferência radiativa no dossel e o processo de interceptação da água da chuva pelas plantas e posterior evaporação (CLARKE; SILVA DIAS, 2002).

A ocorrência de precipitação é um processo aleatório que não permite uma previsão determinística com grande antecedência. As características de precipitação como a intensidade, a duração e a frequência variam de um local para outro local e só podem ser determinados mediante análise estatística de uma longa série de observações dos seus registros históricos ou através da elaboração de um modelo teórico. Essas três características de precipitação variam conforme a latitude, longitude, tipo de cobertura do solo e época do ano e, assim sendo, Garcez (1974) afirma que não há possibilidade de se estender resultados obtidos em uma região para outra. Os estudos estatísticos permitem verificar com que frequência as precipitações ocorrem numa dada magnitude estimando as probabilidades teóricas de ocorrência das mesmas.

Há relativa facilidade em medir os dados de precipitação, sendo possível, muitas vezes, a obtenção de longas séries de observações. A precipitação máxima é entendida como a ocorrência extrema com duração, distribuição temporal e espacial crítica para uma área ou bacia hidrográfica. Os dados pluviométricos normalmente disponíveis em longas séries são os dados pluviométricos, são observações diárias da quantidade precipitada, sem o conhecimento da duração e intensidade das precipitações.

Os pesquisadores Assis e Villa Nova (1994), discutem estes aspectos evidenciando o fato de que o modelo teórico apresenta a vantagem de sumarizar os dados de uma série histórica de forma bastante concisa. E de acordo com esses autores o primeiro modelo matemático para descrever a ocorrência de dias sem chuva e/ou chuvosos em seqüências foi desenvolvido pelos pesquisadores Gabriel e Neumann no de 1962 com dados de Israel, onde eles mostraram que existia uma forte persistência entre dias chuvosos consecutivos e obtiveram um bom ajuste teórico utilizando um modelo com base na cadeia de Markov de primeira ordem.

Assim, a relação entre o comprimento das seqüências de dias sem chuva ou chuvosos e o logaritmo de suas frequências é linear. Isto significa que se um dia for chuvoso, a probabilidade de chover no dia seguinte é constante, isto é, independe do número de dias chuvosos precedentes. A segunda parte do modelo, representando a quantidade de chuva, geralmente é expressa por uma função de distribuição cumulativa de probabilidade.

Assis e Villa Nova (1994) pesquisando a chuva no município de Piracicaba/SP, admite que a precipitação diária é uma variável aleatória  $(Z_t) = X_t Y_t$  onde  $X_t$  representa a ocorrência e  $Y_t$  a quantidade de chuva. Considerando que  $X_t = 1$  quando a precipitação  $P \geq 1,0$  mm e  $X_t = 0$  caso contrário. Na análise de  $Z_t$  foram considerados 36 períodos de 31 dias, iniciados nos dias 1, 11 e 21 de cada mês. Na representação do processo  $X_t$  foram consideradas as seqüências de dias com chuva e sem chuva bem como as probabilidades de chover ou não em determinado dia nos 36 períodos considerados. Para a modelagem das probabilidades de ocorrência de seqüências de dias sem chuva ou com chuva Assis e Villa Nova (1994) utilizou a função de distribuição de probabilidade binomial negativa truncada (DBNT), com  $W$  e  $K$  estimados por um método descrito por Brass (1958),

$$\Pr(x) = \frac{W^k}{1 - W^k} \cdot \frac{(K + x - 1)!}{(K - 1)! x!} \cdot (1 - W)^x,$$

sendo  $x = 1, 2, 3$ .

Na modelagem do processo  $Y_t$ , ou seja, quando  $X_t = 1$ , Assis e Villa Nova (1994) utilizou um modelo misto:

$$\Pr(Y \leq y) = \Pr(X = 0) + [\Pr(X = 1)] G(Y \leq y),$$

sendo  $\Pr(X_t = 0)$  é a probabilidade de não chover no dia  $t$  e  $\Pr(X_t = 1)$ , o seu complemento.  $G(Y)$  é a função gama cumulativa de probabilidade dada por

$$G(Y \leq y) = \frac{\beta^\gamma}{\Gamma(\gamma)} \int_0^y Y^{\gamma-1} e^{-\frac{Y}{\beta}} dY, \quad 0 < Y \leq \infty; \gamma \text{ e } \beta > 0,$$

com os parâmetros  $\gamma$  e  $\beta$  estimados segundo o método de Thom (1958)

A variação estacional dos parâmetros  $\gamma$  e  $\beta$ , feita através da média diária dos dias com chuva e dos parâmetros  $W$  e  $K$  da DBNT foram modeladas pela série de Fourier expressa da seguinte forma

$$Y_t = A_0 + A_1 \cos W_t + B_1 \sin W_t + A_2 \cos 2W_t + B_2 \sin 2W_t,$$

$Y_t$  representou qualquer parâmetro e  $W_t$ , foi dado por:  $W_t = \pi t / 365$ , sendo que  $t$  é o valor numérico central de cada período. Os coeficientes  $A_0, A_1, A_2, B_1, B_2$  foram obtidos pelo método dos mínimos quadrados.

Para testar se a distribuição gama está adequada para modelar a quantidade de chuva nos dias com chuva e da DBNT para modelar as seqüências de dias sem chuva ou com chuva, Assis e Villa Nova (1994) adotou o seguinte critério:

- a. o ajuste entre os valores observados e estimados pelas distribuições de probabilidade foi avaliado pelo teste de Kolmogorov-Smirnov<sup>3</sup>;
- b. a série total dos dados foi subdividida em duas, tendo como critério de partição o ano em que o posto de observação foi mudado de local;
- c. em uma das subséries, arbitrariamente a mais antiga - 1917 a 1944 - denominada de série A, estimou-se os parâmetros da distribuição Gama e da DBNT;
- d. compararam-se, pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, as probabilidades teóricas, estimadas com os parâmetros das distribuições determinadas nas séries A, com as probabilidades empíricas, obtidas na série denominada de B – 1945 a 1989. Chegando a conclusão que a ocorrência e quantidade de chuva em Piracicaba são homogêneas.

Uma parte dos estudos de precipitação tem se restringido a estudos de probabilidade de ocorrência de precipitação em períodos de 5, 10 dias ou mesmo mensais. A idéia de promover uma probabilidade maior também foi pesquisada por Back (2007), que procurou uma metodologia para modelar a probabilidade de ocorrência de precipitações diárias através da cadeia de Markov não estacionária, e descrever a quantidade de precipitação esperada nos dias chuvosos através da distribuição gama de dois parâmetros.

O método utilizado por Back (2007) é executado em duas etapas: em primeiro lugar modelou a probabilidade da ocorrência de precipitação; em seguida, para os dias em que houve chuva, modelou a quantidade de precipitação. Para essa modelagem utilizou dados de precipitação diária de 46 anos (1949 a 1994), relativos ao posto de Urussanga, em Santa Catarina. Esse autor modelou a quantidade de precipitação ajustando uma distribuição de probabilidade aos totais precipitados em cada dia do ano, de acordo com as condições dos dias antecedentes (secos ou chuvosos). A distribuição gama tem sido ajustada com sucesso em vários estudos anteriores. Sua função densidade de probabilidade é

---

<sup>3</sup> O teste de Kolmogorov-Smirnov é utilizado para testar se a característica estudada da amostra é oriunda de uma população com distribuição normal e tem melhor aplicação para dados com variação contínua.

$$f(x) = (k/m)^k x^{k-1} \exp[-kx/m]/\Gamma(k),$$

tendo como parâmetros  $m$  (seu valor esperado no dia  $t$ ) e  $k$  (seu parâmetro de forma). A distribuição gama apresenta assimetria positiva. Assim, a distribuição é ajustada para cada dia chuvoso  $t$  do ano dado e as distribuições são ajustadas a dois casos (quando o dia  $t-1$  é seco e quando o dia  $t-1$  é chuvoso). As estimativas de  $m$  e  $k$  variam durante o ano e, como no caso das probabilidades de ocorrência, se pode tentar ajustar curvas ao longo do ano.

Back (2007) conclui que a aplicação do modelo a estudos de balanço hídrico é de muito interesse, seja nos estudos de precipitação efetiva para projetos de irrigação, ou como complemento aos atuais modelos de monitoramento e estimativa da umidade do solo na estação chuvosa. Diz que a inclusão de variáveis de circulação atmosférica que podem influir no padrão de precipitação intra e interanual, é um tópico que interessa bastante, pela importância já demonstrada que estas variáveis têm no clima.

Em outra pesquisa, Andrade et al (2006) fez uma análise harmônica das precipitações medias mensais do município de Catolé do Rocha/PB, baseado na seguinte expressão

$$Y_t = P_o + \sum_i^k \left[ P_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + Q_k \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \right],$$

sendo

$$P_k = a_k \text{sen} A_k;$$

$$Q_k = a_k \text{cos} A_k;$$

$Y_t$  = valores estimados pelo modelo;

$P_o$  = médias dos valores observados;

$P_k$  e  $Q_k$  = coeficientes ortogonais das ondas senoidais;

$T = 1, 2, 3, \dots, N$  (período da onda);

$k = 1, 2, 3, \dots, N/2$  se  $N$  é par e

$k = 1, 2, 3, \dots, (N-1)/2$  se  $N$  é ímpar (representa o número de ondas senoidas);

$N$  = número de observações da série e  $t$  = unidade de tempo.

Para avaliar a representatividade das ondas senoidais obtidas pela análise harmônica nos 75 anos de observações, Andrade et al (2006) submeteu-as a análise de variância e validou-as pelo teste F<sup>4</sup>. Os dados de precipitação utilizados para o estudo correspondem ao período 1921/1995.

Em outro trabalho, Silva et al (2005) utilizaram no estudo os totais de chuvas do trimestre março-abril-maio, obtidos dos totais mensais, registrados em 81 anos de observações (1911–1991), coletados em 58 estações pluviométricas. Verificando a existência de homogeneidade de variâncias e distribuição aproximadamente normal, as médias trimestrais, calculadas em cada um dos grupos homogêneos, foram submetidas aos testes de Cochran (homogeneidade de variâncias), de Qui-quadrado (normalidade) e de Kolmogorov-Smirnov (KS) (normalidade). E os periodogramas estimados pela transformada de Fourier discreta indicaram, pelos picos, as ondas senoidais mais destacadas, sendo essas selecionadas para compor os modelos em função de suas magnitudes, cujos modelos foram expressos da seguinte forma

$$Z_t = \mu + \sum_j [A_j \cos \omega_j t + B_j \text{sen} \omega_j t] + e_t,$$

sendo  $Z_t$  é a precipitação trimestral;  $\omega_j$  a frequência angular da  $j$ -ésima onda;  $t$  o resíduo;  $\mu$ ,  $A$  e  $B$  são parâmetros cujas estimativas são obtidas por

$$\hat{\mu} = \sum Z_t / n = \bar{Z};$$

$$\hat{A} = \left( \frac{2}{n} \right) \sum (Z_t - \bar{Z}) \cos \omega t;$$

$$\hat{B} = \left( \frac{2}{n} \right) \sum (Z_t - \bar{Z}) \text{sen} \omega t$$

para  $t = 1, 2, 3, \dots, (n-1)$ .

Na modelagem de um sistema de precipitação diária, em poucos quilômetros quadrados, Panagoulia et al (2006) dizem que há duas partes, a primeira constitui-se da classificação do método de circulação diária padrão e a segunda reflete o modelo de baixa precipitação, classificando-o ao padrão de circulação.

---

<sup>4</sup> O teste F é utilizado para determinar se as variâncias populacionais são iguais.

Para a classificação da seleção do método, Panagoulia et al (2006) utilizaram regras *fuzzy*, através dos seguintes passos:

1. transformação dos dados;
2. definição da base de regras *fuzzy* e
3. classificação dos dados observados.

Em seu trabalho os padrões de circulação foram descritos com a regra *fuzzy*, cada padrão de circulação  $k$  é representado por um vetor  $v(k) = (v(1)^{(k)} \dots v(n)^{(k)})$ , onde  $n$  é o número de pontos da malha, no qual a pressão do ar é avaliada. Os  $v(i)^{(k)}$  são as funções de graus de pertinência que descrevem as anomalias correspondentes aos locais selecionados e o padrão de circulação.

Uma dificuldade em modelagem matemática para precipitação diária na opinião de Panagoulia et al (2006), é o intervalo tempo-espço, onde a ocorrência de dias secos, o total de chuva em dias úmidos e o agrupamento dias secos e úmidos, são situações que geram grandes impactos sobre a persistência dos padrões de circulação.

A este respeito, os autores consideram um conjunto  $A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$  como uma série de possíveis circulações atmosféricas constantes e  $A_t$  uma variável aleatória que descreve a atual circulação atmosférica tomando valores em  $A$ . Além disso, eles consideram que a quantidade de precipitação diária no instante ( $t$ ) e no ponto ( $u$ ) de uma dada região  $U$  é modelada por uma função aleatória  $Z(t,u)$ .

O conhecimento das características climáticas, assim como as modelagens estudadas para o regime de precipitação em diversas pesquisas demonstram a importância e a necessidade de se trabalhar com modelos matemáticos, em especial a série de Fourier. Para a realização dessa pesquisa, em especial, optou-se por trabalhar com uma série temporal.

No próximo capítulo, são apresentados as definições de análise harmônica, as séries temporais, as funções periódicas e o método dos mínimos quadrados utilizados neste trabalho.

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISE HARMÔNICA

Denomina-se análise harmônica ou análise de Fourier de uma série finita de  $N$  dados, a sua decomposição em uma série finita de somas de senos e co-senos. A primeira harmônica ou harmônica fundamental tem um período  $T$ , igual ao comprimento da série ( $T = N$ ); a segunda harmônica tem um período igual à metade do período da primeira harmônica; a terceira  $T/3$  e assim por diante. A análise harmônica se propõe a isolar as harmônicas (ou ondas) que, atuando em conjunto, reproduzem o comportamento de certa variável no tempo ou no espaço (ASSIS et al, 1996).

Um fenômeno é dito periódico quando se repete exatamente a intervalos regulares de tempo e de espaço. Os dados climatológicos, temperatura média, por exemplo, são bem correlacionados com as estações do ano bem como a alternância dia/noite. São, portanto, considerados periódicos (ASSIS et al, 1996).

Para descrever um fenômeno periódico são utilizadas as funções trigonométricas, devido a sua periodicidade que serão apresentadas na seção 2.2.

De acordo com Assis et al (1996), o comportamento de um evento climatológico ao longo do tempo deve ser considerado como resultante da ação de três componentes: a tendência, vários componentes periódicos ou cíclicos e a aleatoriedade. Segundo os autores, o principal objetivo da análise harmônica é isolar as componentes periódicas dominantes que expliquem o comportamento analisado. Assim, dessa análise pode resultar formas de ondas muito complexas resultantes da adição de várias harmônicas sucessivas.

Para esses autores ao considerar uma série de valores  $(y_1, y_2, \dots, y_t)$  representando certo evento climatológico, tal conjunto de dados pode ser representado por uma soma de ondas senoidais, ou harmônicas, tal que

$$Y_t = a_0 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{T} + A_0\right) + a_1 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi t}{T} + A_1\right) + a_2 \operatorname{sen}\left(\frac{6\pi t}{T} + A_2\right) + \dots + a_k \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi k t}{T} + A_k\right) \quad (1)$$

O desenvolvimento do seno da soma na equação (1), aplicando-se a propriedade  $\text{sen}(a + b) = \text{sen}(a)\cos(b) + \text{sen}(b)\cos(a)$ , resulta em

$$Y_t = a_0 \cos A_0 \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + a_0 \text{sen} A_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + a_1 \cos A_1 \text{sen}\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + a_1 \text{sen} A_1 \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + \dots + a_k \cos A_k \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + a_k \text{sen} A_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2)$$

Fazendo

$$P_0 = a_0 \text{sen} A_0; \quad Q_0 = a_0 \cos A_0;$$

$$P_1 = a_1 \text{sen} A_1; \quad Q_1 = a_1 \cos A_1;$$

$$P_2 = a_2 \text{sen} A_2; \quad Q_2 = a_2 \cos A_2;$$

$$P_k = a_k \text{sen} A_k; \quad Q_k = a_k \cos A_k$$

e substituindo em (2), tem-se

$$Y_t = P_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + Q_0 \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + P_1 \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + Q_1 \text{sen}\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + \dots + P_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + Q_k \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (3)$$

Quando  $k = 0$ ,  $\text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) = 0$  e  $\cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) = 1$ , podemos representar na

forma:

$$Y_t = P_0 + P_1 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + Q_0 \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + P_2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + Q_2 \text{sen}\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + \dots + P_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + Q_k \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (4)$$

A qual pode ser sintetizada na equação a seguir:

$$Y = P_0 + \sum_{K=1}^M \left[ P_k \cos\left(\frac{2\pi tk}{T}\right) + Q_k \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \right] \quad (5)$$

com  $M = N/2$  se  $N$  for par e  $M = (N-1)/2$  se  $n$  for ímpar. O cálculo dos coeficientes  $P_k$  e  $Q_k$  serão demonstrados na seção 2.2.4.

## 2.1 SÉRIES TEMPORAIS

### 2.1.1 Introdução

Uma série temporal, também denominada série histórica, é uma seqüência de dados obtidos em intervalos regulares de tempo durante um período específico. A característica mais importante deste tipo de dado é que as observações vizinhas são dependentes e estamos interessados em analisar e modelar esta dependência.

Ao analisar uma série temporal, deseja-se modelar o fenômeno estudado para descrever seu comportamento, fazer estimativas e avaliar quais os fatores que influenciaram o comportamento da série, definindo relações de causa e efeito entre duas ou mais séries. Existe um conjunto de técnicas estatísticas disponíveis que dependem do modelo definido, assim como do tipo de série analisada e do objetivo do trabalho.

Se a série histórica for denominada como  $Z$ , o valor da série no momento  $t$  pode ser escrito como  $Z_t$  com  $t = 1, 2, \dots, n$  (MORETTIN; TOLOI, 1985). É denominada trajetória de um processo, a curva obtida no gráfico da série histórica, enquanto o conjunto de todas as possíveis trajetórias é denominado processo estocástico e se considera que uma série temporal é uma amostra deste processo.

O conjunto de observações ordenadas no tempo pode ser discreto ou contínuo. A série temporal discreta pode ser obtida a partir de uma amostra de pontos de uma série contínua ou por meio de um parâmetro como, por exemplo, a média de precipitação em um intervalo de tempo.

### 2.1.2 Componentes não observáveis de uma série histórica

De acordo com Morettin e Toloi (1985), uma série histórica pode ser descrita por três componentes não observáveis: tendência ( $T_t$ ), sazonalidade ( $S_t$ ) e a variação aleatória denominada de ruído branco ( $a_t$ ).

A primeira escolha para a elaboração de um modelo seria uma relação aditiva destes componentes:  $Z_t = T_t + S_t + a_t$ . Se pode estabelecer, também, um modelo multiplicativo ( $Z_t = T_t \cdot S_t \cdot a_t$ ) ou ser feita uma transformação logarítmica, no modelo multiplicativo, para transformá-lo num modelo log-linear. Ao analisar uma série histórica, deve-se estudar cada um destes componentes separadamente, retirando-se o efeito dos outros.

Para analisar a tendência, os dois métodos mais utilizados são:

- 1) ajuste de uma função polinomial do tempo e
- 2) análise do comportamento da série ao redor de um ponto, estimando a tendência naquele ponto.

Na primeira opção, utilizam-se os modelos de regressão polinomial e, na última, modelos auto-regressivos.

#### 2.1.2.1 Modelos de regressão polinomial

Nos modelos de regressão polinomial, os valores da série são considerados como variável dependente ( $Y$ ) e os períodos do estudo como variável independente ( $x$ ).

Primeiramente deve-se fazer o diagrama de dispersão de  $Z_t$  ( $Y$ ) em relação ao tempo para visualizar que tipo de função melhor se ajusta à trajetória do processo: linear, parabólica, exponencial, etc.

Para Morettin e Toloi (1985), a estimativa da tendência utilizando modelos de regressão polinomial é o grande poder estatístico desta classe de modelos, de fácil elaboração e interpretação. Entretanto, Cardoso e Latorre (2001) diz que, algumas

vezes não há uma função definida, como a linear ou exponencial, sendo necessário que o pesquisador ajuste uma função matemática, definida através da combinação linear de funções.

### ***2.1.2.2 Comportamento ao redor de um ponto***

A segunda opção para a análise de séries históricas seria a estimativa da tendência analisando o comportamento da série ao redor de um ponto, estimando a tendência para valores da série próximos a ele e não utilizando a série como um todo.

Para a análise utilizando-se parte da série é mais recomendada quando se deseja avaliar apenas uma parte da trajetória, ou quando o comportamento da série é muito instável, sendo que, nesta situação as melhores projeções devem ser feitas apenas a partir de um passado recente da mesma.

Após a estimativa da tendência, para se analisar os outros componentes é necessário construir uma série “livre de tendência” através das diferenças da mesma ( $D^d Z_t$ ), onde  $d$  é o grau do polinômio obtido na análise da tendência.

### **2.1.3 Sazonalidade**

Um fenômeno sazonal é definido como aquele que ocorre regularmente em períodos fixos de tempo. Se houver uma sazonalidade, dita determinística, podem ser utilizados modelos de regressão que incorporem funções do tipo seno ou co-seno à variável tempo.

Para descobrir se existe sazonalidade na série de valores e verificar qual o seu ritmo Cardoso e Latorre (2001) afirmam ser importante a realização de uma análise espectral, com este tipo de análise é possível identificar um padrão sazonal, mesmo dentro de uma variabilidade aleatória. A análise espectral utiliza um conjunto de funções que contêm seno e co-seno e tenta ajustá-las à variância constatada em

uma série de observações no tempo, levando em conta a amplitude das “ondas”, o período em que elas se repetem e a fase em que se iniciam.

Para se retirar o efeito da sazonalidade de uma série, se pode usar a média móvel centrada no número de períodos que compõem uma repetição (por exemplo, para sazonalidade anual, seria utilizada a média móvel de 12 meses) ou, então, se trabalha com a diferença entre a série original ( $Z_t$ ) e o polinômio estimado para a sazonalidade.

#### 2.1.4 Modelos auto-Regressivos

Antes de se proceder qualquer análise, é importante definir se a série é estacionária ou não, a partir daí, é preciso estabelecer a estrutura do modelo probabilístico que estimará a série.

Uma série é considerada estacionária quando suas observações ocorrem aleatoriamente ao redor de uma média constante, ou seja, quando não há tendência. Isto significa que  $E(Z_t) = E(Z_{t+m}) = m$  e  $\text{Var}(Z_t) = \text{Var}(Z_{t+m}) = \text{constante}$ .

Essa classe de modelos é conhecida como modelos auto-regressivos (AR), neste caso, de ordem  $p$ . Para muitas séries, a melhor solução é a combinação do modelo auto-regressivo AR com o de médias móveis (MA). Este procedimento é composto pela combinação linear de valores próximos da série AR de ordem  $p$ , com uma combinação linear dos ruídos brancos próximos ao valor da série MA de ordem  $q$ .

Tanto o modelo AR, quanto o MA, ou o modelo auto-regressivo de média móvel (ARMA), são utilizados para séries estacionárias. Entretanto, quando o processo é não estacionário homogêneo, ou seja, possui tendência, porém não é explosivo, uma das maneiras de analisá-lo é incorporando um processo de diferenças ( $D^d Z_t$ ) no modelo ARMA. Este é o modelo conhecido como ARIMA (modelo auto-regressivo integrado de médias móveis), onde  $d$  é a ordem das diferenças necessárias para tirar a tendência da série.

Existem duas situações em que a série pode ser considerada não-estacionária:

- Durante um período, os pontos oscilam ao redor de uma média e depois mudam de patamar, neste caso, basta tomar uma diferença da série e

- A série é não estacionária em relação à tendência, geralmente, para torná-las estacionárias é necessário tomar a segunda diferença.

Os modelos ARIMA podem dar conta da sazonalidade quando há retardações (*timelags*) de baixa ordem. Porém, quando a sazonalidade ocorre em múltiplos períodos, é necessário que se considere no modelo um componente de sazonalidade estocástica. Nesta situação, é utilizada o modelo SARIMA, que incorpora as funções trigonométricas (preferencialmente, seno e co-seno) ao modelo ARIMA, neste caso a ordem da sazonalidade irá depender da série.

### **2.1.5 Modelos lineares generalizados**

Neste grupo de modelos estatísticos a variável dependente ou resposta ( $Y$ ) é um processo de contagem e as variáveis independentes são variáveis candidatas a explicar o comportamento da série ao longo do tempo

Esta classe de modelos é indicada quando as variáveis em estudo não têm aderência à distribuição normal, principalmente, pelo fato de serem processos de contagem (ou seja, são variáveis quantitativas discretas). Estes modelos compõem um grupo de distribuições de probabilidades conhecido como família exponencial de distribuições que englobam diversas funções aditivas, como a regressão linear, de Poisson, logística, log-linear, etc.

Os modelos aditivos generalizados são extensões desta classe de modelos, nos quais cada variável independente analisada não entra no modelo com o seu valor, mas sim, adotando uma função não paramétrica de forma não especificada, que é estimada a partir de curvas de alisamento. A trajetória alisada proporciona a visualização não somente da forma, mas, também, apresenta as possíveis não-linearidades nas relações estudadas, uma vez que não apresenta uma função paramétrica rígida.

## 2.2 FUNÇÕES PERIÓDICAS

### 2.2.1 Conceito geral

Vários processos na natureza são periódicos ou cíclicos. Assim se torna razoável aproximá-los por uma função periódica, como por exemplo: a precipitação.

O seno e o co-seno são funções periódicas simples, constituindo a base desse trabalho, no qual se supõe que a função  $f$  a ser trabalhada seja cíclica de período  $2\pi$ .

De acordo com Finney (2004) uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é periódica, se existe um número  $p \in \mathbb{R}$  tal que para todo  $x \in \mathbb{R}$  :  $f(x + p) = f(x)$

O menor número real positivo com esta característica é chamado período fundamental de  $f$ , que é simplesmente denominado período.

Se uma função  $f$  tem período  $p$ , se diz que  $f$  é  $p$ -periódica que se denota por  $f(x) = f(x + p)$ .

Muitas vezes, é vantajoso tomar o período  $p = 2L$ , cuja função é definida no intervalo real simétrico  $[-L, L]$ , com o objetivo de simplificar as operações.

Exemplos: As funções  $f(x) = \text{sen}(x)$ ,  $g(x) = \text{cos}(x)$ ,  $h(x) = \text{sen}(nx)$ ,  $k(x) = \text{cos}(mx)$  e  $p(x) = A \text{cos}(mx) + B \text{sen}(nx)$  são periódicas.

### 2.2.2 Polinômio trigonométrico

Um polinômio trigonométrico  $p_n = p_n(x)$  de ordem  $n$  é uma função  $2\pi$ -periódica da forma

$$p_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n [a_k \cos(kx) + b_k \text{sen}(kx)]$$

### 2.2.3 Série trigonométrica

Uma série trigonométrica é uma representação de  $f = f(x)$  em série de funções trigonométricas da forma

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n [a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)].$$

#### 2.2.4 Séries de Fourier e coeficientes de Fourier

A definição de Boyce e DiPrima (2002) diz: Seja  $f(x) = f(x + 2\pi)$  uma função integrável sobre o intervalo  $[-\pi, \pi]$  e  $n \in \mathbb{N}$ . A série de Fourier de  $f$  é a série trigonométrica

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)] \quad (6)$$

sendo  $a_0$ ,  $a_k$  e  $b_k$  os coeficientes de Fourier para uma função periódica  $f$  de período  $2\pi$ , definidos por

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx,$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx,$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(kx) dx.$$

O cálculo do coeficiente  $a_k$ , do termo geral do co-seno, é obtido multiplicando-se ambos os membros da equação (6) por  $\cos kx dx$  e integrando-se entre os limites  $-\pi$  e  $\pi$ . Assim:

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos kx dx &= a_0 \int_{-\pi}^{\pi} \cos kx dx + a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 kx dx + b_n \int_{-\pi}^{\pi} \sin kx \cos kx dx \\ &= 0 + a_n \pi + 0 \\ &= a_n \pi \end{aligned}$$

Logo:

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx$$

Analogamente, multiplicando-se ambos os membros da eq. (6) por  $\sin kx$  e integrando-se, obtêm-se

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(kx) dx$$

Como cada uma das funções componentes  $\cos kx$  e  $\sin kx$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , se repete a cada  $2\pi$ , a função  $f(x + 2\pi)$  deve se repetir a cada  $2\pi$ .

A partir da série de Fourier para funções  $2\pi$ -periódicas se obtém a série de Fourier para funções periódicas com período  $2L$ , basta tomar a mudança de variável  $x = \pi t/L$  para obter a nova função, agora dependente da variável  $t$ , que será  $2L$ -periódica e integrável no intervalo simétrico  $[-L, L]$ .

Por definição: Se  $f = f(t)$  é uma função  $2L$ -periódica e integrável no intervalo  $[-L, L]$ , a sua série de Fourier é dada por

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \right] \quad (7)$$

e os coeficientes podem ser calculados pelas expressões

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt ,$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt ,$$

para  $n \geq 1$ .

### 2.3 AJUSTE DE CURVAS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O problema está em achar uma curva que melhor se ajuste a um conjunto de pontos dados, no caso, os valores da precipitação.

De acordo com Poole (2004), ao se considerar uma coleção de pares ordenados obtidos em função de algum experimento, como  $\{(x_0, y_0)(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1}), (x_n, y_n)\}$ , dentre os processos matemáticos que resolvem tal problema, um dos mais utilizados é o método dos mínimos quadrados.

Em várias situações, dada uma tabela de pontos  $(x_i, y_i)$  se deseja obter uma expressão analítica para uma determinada curva que melhor se ajusta a esses pontos, as curvas mais comuns utilizadas são aquelas apresentadas na tabela 1.

**Tabela 1:** Tipos de funções

| Ordem | Função   | Nome           |
|-------|--|----------------|
| 1     | $f(x) = a_0 + a_1 x$                               | Reta           |
| 2     | $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$                     | Parábola       |
| 3     | $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$           | Cúbica         |
| 4     | $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$ | Quártica       |
| 5     | $f(x) = c_1 e^{c_2 x}$                             | Exponencial    |
| 6     | $f(x) = \ln(a + bx)$                               | Logarítmica    |
| 7     | $f(x) = \frac{1}{a + bx}$                          | Hiperbólica    |
| 8     | $f(x) = a \sin x + b \cos x$                       | Trigonométrica |

A idéia básica para qualquer uma das funções citadas acima é tentar descobrir quais são os valores dos coeficientes  $a_0, a_1, a_2$  e  $a_3$ , de tal modo que a soma dos quadrados das distâncias ( $y_i$  até  $f(x_i)$ ) seja a menor possível, para a referida curva  $y = f(x)$  aos correspondentes valores dados ( $y_i$ ).

### 2.3.1 Caso Discreto

Dado um conjunto de pontos  $(x_k, f(x_k))$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, m$ . O problema de ajuste de curva consiste em encontrar uma função  $\varphi(x)$  de tal forma que os desvios em cada ponto  $k$ , definido por:

$$d_k = f(x_k) - \varphi(x_k),$$

seja o menor possível, e  $\varphi(x)$  seja uma combinação linear de funções contínuas  $g_i(x)$  escolhidas de acordo com o conjunto de dados da pesquisa, com  $i = 1, 2, \dots, n$ . Isto é,

$$\varphi(x) = a_1 g_1(x) + a_2 g_2(x) + \dots + a_n g_n(x)$$

Neste caso o ajuste é denominado linear, uma vez que temos uma combinação linear das funções  $g_1(x)$ ,  $g_2(x)$ , ...,  $g_n(x)$  escolhidas, cuja escolha da função  $g_i$  depende do diagrama de dispersão dos pontos, através do qual podemos intuir que tipo de curva melhor se ajusta aos dados.

O objetivo é encontrar os coeficientes  $a_1, a_2, \dots, a_n$  tais que a função  $\varphi(x) = a_1g_1(x) + a_2g_2(x) + \dots + a_n g_n(x)$  se aproxime ao máximo de  $f(x)$ , de modo que a soma dos quadrados dos desvios seja mínima.

Portanto, dentro do critério de mínimos quadrados, os coeficientes  $a_k$ , que fazem com que  $\varphi(x)$  se aproxime ao máximo de  $f(x)$ , são os que minimizam a função:

$$p(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{k=1}^m [f(x_k) - \varphi(x_k)]^2 = \sum_{k=1}^m [f(x_k) - a_1g_1(x_k) - a_2g_2(x_k) - \dots - a_n g_n(x_k)]^2 \quad (8)$$

### 2.3.1.1 Polinômios de Chebyshev

Para Burden e Faires (2003) os polinômios de Chebyshev  $\{T_n(x)\}$  são ortogonais em  $(-1, 1)$  com relação a função ponderada  $w(x) = 1 - x^2$ <sup>-1/2</sup>.

Para  $x \in [-1, 1]$ , é definido

$$T_n(x) = \cos[n \arccos x], \text{ para cada } n \geq 0.$$

Para mostrar que cada  $T_n(x)$  é um polinômio em  $x$ , é preciso, inicialmente notar que

$$T_0(x) = \cos 0 = 1 \quad \text{e} \quad T_1(x) = \cos(\arccos x) = x$$

Para  $n \geq 1$ , é feita a substituição  $\theta = \arccos x$  para mudar esta última equação para

$$T_n(\theta(x)) \equiv T_n(\theta) = \cos(n \theta), \text{ onde } \theta \in [0, \pi].$$

Uma relação recorrente é derivada, quando se nota que

$$T_{n+1}(\theta) = \cos(n \theta) \cos \theta - \sin(n \theta) \sin \theta \quad \text{e}$$

$$T_{n-1}(\theta) = \cos(n\theta) \cos \theta + \sin(n\theta) \sin \theta$$

Somando as equações, se obtém

$$T_{n+1}(\theta) = 2\cos(n\theta) \cos \theta - T_{n-1}(\theta).$$

Retomando à variável  $x$ , para  $n \geq 1$ , se tem

$$T_{n+1}(x) = 2x\cos(n \arccos x) - T_{n-1}(x)$$

Como  $T_0(x) = 1$  e  $T_1(x) = x$ , a relação implica que  $T_n(x)$  é um polinômio de grau  $n$  com coeficiente inicial  $2^{n-1}$ , quando  $n \geq 1$ .

Os próximos três polinômios de Chebyshev são

$$T_2(x) = 2xT_1(x) - T_0(x) = 2x^2 - 1,$$

$$T_3(x) = 2xT_2(x) - T_1(x) = 4x^3 - 3x \text{ e}$$

$$T_4(x) = 2xT_3(x) - T_2(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1.$$

Para mostrar a ortogonalidade dos polinômios de Chebyshev, basta considerar

$$\int_{-1}^1 \frac{T_n(x)T_m(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int_{-1}^1 \frac{\cos(n \arccos x) \cos(m \arccos x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Fazendo novamente a substituição  $\theta = \arccos x$ , se tem

$$d\theta = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$e \quad \int_{-1}^1 \frac{T_n(x)T_m(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = -\int_{\pi}^0 \cos(n\theta)\cos(m\theta)d\theta = \int_0^{\pi} \cos(n\theta)\cos(m\theta)d\theta$$

Os polinômios de Chebyshev são utilizados para minimizar o erro de aproximação.

### 2.3.1.2 Fenômeno de Gibbs

Se  $f = f(x)$  é uma função seccionalmente diferenciável e absolutamente integrável, o Teorema de Fourier garante que a série de Fourier de  $f = f(x)$  converge uniformemente para  $f$  em todo o intervalo fechado que não contém pontos de descontinuidade de  $f$ .

Se existir um ponto de descontinuidade neste intervalo  $I$ , a convergência não poderá ser uniforme em  $I$ , conhecida como Fenômeno de Gibbs.

### 2.3.2 Caso Contínuo

No caso contínuo temos uma função  $f(x)$  contínua em um intervalo  $[a, b]$  e  $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)$  funções contínuas em  $[a, b]$ . É preciso encontrar constantes reais  $a_1 \dots a_n$  tais que  $\varphi(x) = a_1g_1(x) + \dots + a_n g_n(x)$  esteja o mais próximo possível de  $f(x)$ .

Seguindo o critério dos mínimos quadrados para o conceito de proximidade entre  $\varphi(x)$  e  $f(x)$ , os coeficientes  $a_1 \dots a_n$  a serem obtidos deverão ser tais que o valor de  $\int_a^b [f(x) - \varphi(x)]^2 dx$  seja o menor possível.

Isso quer dizer, geometricamente, que a área entre as curvas  $f(x)$  e  $\varphi(x)$  seja mínima. Portanto, o problema consiste em obter o mínimo para:

$$\int_a^b [f(x) - \varphi(x)]^2 dx = \int_a^b [f(x)^2 - 2f(x)\varphi(x) + \varphi(x)^2] dx =$$
$$\int_a^b \left[ f^2(x) - 2f(x) \sum_{i=1}^n a_i g_i(x) + \sum_{i=1}^n a_i g_i(x) \sum_{j=1}^n a_j g_j(x) \right] dx \quad (9)$$

## CAPÍTULO 3

### DESCRIÇÃO METODOLÓGICA

#### 3.1 ÁREA DE ESTUDO

Os dados foram coletados em dois pontos na Baixada Cuiabana/MT, o primeiro na cidade de Cuiabá pela estação meteorológica do 9º do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), (com latitude de 15°36' S e longitude de 50°06' W; altitude 176 m) e o segundo ponto na Estação Agroclimatológica Padre Ricardo Remetter, situada na Fazenda Experimental da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), em Santo Antônio do Leverger (latitude: 15°47'11" S; longitude: 56°04'17" W; altitude: 140 m) pelo Prof. Dr. José Holanda Campelo Júnior<sup>5</sup>, fornecido em uma comunicação pessoal, ambas na região central do Brasil, denominada depressão cuiabana. Caracterizada pelo clima tropical semi-úmido (tipo Aw<sup>6</sup>), com quatro a cinco meses secos e duas estações bem definidas, uma seca (outono-inverno) e uma chuvosa (primavera-verão), de acordo com Maitelli (1994).

Para Nimer (1979), as características regionais das chuvas são tipicamente tropicais, ou seja, máximas no verão e mínimas no inverno e se devem quase exclusivamente, aos sistemas de circulação atmosférica, principalmente, aos três sistemas: o de correntes perturbadas de Oeste, de Norte e de Sul.

Ainda segundo Nimer (1979), os sistemas de correntes perturbadas de Oeste se caracterizam pela invasão de ventos de Oeste e Noroeste, no final da primavera e verão. Os sistemas de correntes perturbadas de Norte acarretam chuvas no verão e os sistemas de correntes perturbadas de Sul são representados pela invasão do anticiclone polar. Maitelli (1994) afirma que dessa forma, durante a primavera-verão, as temperaturas se mantêm constantemente elevadas, principalmente, na primavera –

---

<sup>5</sup> Professor do Departamento de Solos e Engenharia Rural da Faculdade de Agricultura e Medicina Veterinária da Universidade Federal de Mato Grosso.

<sup>6</sup> Segundo classificação do clima de Köppen, sendo A, temperatura média do mês mais frio superior a 18°C e w, seca bem definida.

estação na qual o Sol passa pelos paralelos da região, dirigindo-se para o Trópico de Capricórnio, enquanto a estação chuvosa ainda não teve início.

No inverno, são registradas temperaturas estáveis, baixa umidade do ar, altas amplitudes térmicas diárias e elevadas temperaturas. Entretanto, ocorrem baixas de temperatura, resultantes da invasão do anticiclone polar, que transpõe a cordilheira andina após caminhar sobre o Oceano Pacífico, provocando um forte declínio na temperatura do ar com céu limpo e pouca umidade específica. À ação direta do anticiclone dá-se o nome de “friagem” e sua duração é, em média, de três a quatro dias.

## **3.2 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS**

### **3.2.1 Dados brutos**

Os dados foram organizados em duas planilhas, uma para a série de Cuiabá e outra para a série de Santo Antônio de Leverger, onde foi registrada a altura pluviométrica mensal, desde o ano de 1912 até o ano de 2006, para a série de Cuiabá e do ano de 1987 ao ano de 2006, para a série de Santo Antônio de Leverger, com esse registro mensal foi obtida a altura pluviométrica anual. Após essa primeira organização, foram separados em duas novas planilhas: uma para os dados de precipitação mínima e outra para os dados de precipitação acumulada, sendo que os dados da planilha de precipitação mínima são referentes aos meses de julho, pois em toda a série julho é o mês que apresenta menor altura pluviométrica.

Foram calculadas as médias de cada grupo de precipitações (mínima e acumulada) no intervalo estudado e a totalização para cada mês (todos os dados de janeiro, todos de fevereiro, até dezembro). Com a somatória total de cada mês e com a soma da altura pluviométrica total de toda a série, foi calculada a representatividade de cada mês, em porcentagem, em relação à altura pluviométrica total para cada série.

Foi calculada a Normal Climatológica que, segundo Pereira et al (2002) é o valor médio, incluindo os desvios para mais e para menos. Esse valor médio é

calculado para um período mínimo de 30 anos, conforme estabelece a OMM com base em princípios estatísticos.

Após o cálculo da Normal Climatológica, foram identificados os valores, acima e abaixo da faixa correspondente a média com o desvio padrão, identificando-os como picos de máximo e picos de mínimo. A partir dessa identificação gerou-se em um único gráfico a dispersão para cada pico, junto com a Normal Climatológica e foram calculados os valores do coeficiente de determinação<sup>7</sup>, representado por  $R^2$ , indicado a seguir.

$$R^2 = \frac{b^2 \sum x^2}{\sum y^2},$$

sendo  $b$  a inclinação (ou coeficiente de regressão) para  $x$ , representando o valor da variação de  $y$  (aumento ou diminuição) para cada variação de uma unidade em  $x$ .

O cálculo do coeficiente de determinação foi realizado para cada reta de regressão, esse cálculo foi realizado com o intuito de verificar a ocorrência ou não de uma mudança (climática) no regime de chuvas durante a série estudada, foi utilizada uma regressão linear para os picos de máximo e de mínimo da precipitação anual acumulada.

### 3.2.2 Cálculo das Funções

A partir da organização dos dados e dos cálculos iniciais, foi gerado um gráfico de dispersão e com o número de harmônicos em mãos, para cada um dos grupos de precipitação, mínima e acumulada, foram calculados os coeficientes das curvas de melhor ajuste para os dados.

Por estar trabalhando com precipitação e esta possuir uma característica de periodicidade, foi feita a opção de se trabalhar com a função (6) da seção 2.2.4 (p. 28), onde os componentes  $\cos kx$  e  $\sin kx$  se repetem a cada intervalo  $2L$ .

---

<sup>7</sup> Coeficiente de determinação, ou quadrado da correlação múltipla, da regressão tem por objetivo avaliar a qualidade do ajuste. Seu valor fornece a proporção da variação total da variável dependente explicada pela variável independente.

Para aproximar uma função dos dados obtidos, em Cuiabá, foi empregado um número de harmônicos igual a 28, para ter um bom ajuste de curva, pois em um ajuste por polinômios trigonométricos é necessário utilizar  $L \leq \frac{n}{2}$ , nesse caso  $n = 95$ .

Desta forma, foi feita a escolha por

$$\left\{ \text{sen}\left(\frac{\pi x}{30}\right), \cos\left(\frac{\pi x}{30}\right), \text{sen}\left(\frac{2\pi x}{30}\right), \cos\left(\frac{2\pi x}{30}\right), \dots, \text{sen}\left(\frac{27\pi x}{30}\right), \cos\left(\frac{27\pi x}{30}\right), \text{sen}\left(\frac{28\pi x}{30}\right), \cos\left(\frac{28\pi x}{30}\right) \right\}$$

Nas comparações das precipitações acumuladas entre Santo Antônio de Leverger e os últimos 20 anos em Cuiabá utilizando 7 harmônicos:

$$\left\{ \text{sen}\left(\frac{\pi x}{30}\right), \cos\left(\frac{\pi x}{30}\right), \text{sen}\left(\frac{2\pi x}{30}\right), \cos\left(\frac{2\pi x}{30}\right), \text{sen}\left(\frac{3\pi x}{30}\right), \cos\left(\frac{3\pi x}{30}\right), \dots, \text{sen}\left(\frac{7\pi x}{30}\right), \cos\left(\frac{7\pi x}{30}\right) \right\}$$

A escolha de 7 harmônicos foi pelo fato de que, ao se procurar um melhor ajuste para curva, o número de harmônicos deve ser igual ou menor que a metade do número de pontos da série.

Para o cálculo dos harmônicos foi utilizada a variância, pois ela é uma das medidas de dispersão que considera a soma do quadrado de todos os desvios dividido pelo número de observações, ou seja, foi calculado a distância ou desvio das alturas pluviométricas anuais em relação a média de todo período, para cada uma das séries e entre as séries. Dessa forma, é possível encontrar valores que representem o comportamento do regime de chuvas nas séries observadas. Na análise da variância dentro das séries manteve-se um nível de significância em 0,05, sendo então o intervalo de confiança igual a 95%.

As curvas de ajuste foram obtidas pelo método dos mínimos quadrados em conformidade com a função (8) da seção 2.3.1 (p. 31).

Foram comparados dois momentos: no primeiro, foram comparados os últimos 20 anos de Cuiabá com Santo Antônio de Leverger e no segundo, foram comparados dois períodos da série de Cuiabá (o primeiro de 1925 a 1944 e o segundo

de 1987 a 2006), analisando a precipitação acumulada e o comportamento da precipitação. Essa comparação ocorreu para comprovar ou não a existência de um comportamento similar no regime de precipitação entre esses períodos, pois as mudanças nas características da vegetação e nas variáveis climáticas de superfície, como cobertura e umidade do solo alteram os fluxos de água e energia para a atmosfera e a cidade de Cuiabá apresentou um grande crescimento demográfico ao longo da série

Ao calcular as funções desses dois períodos foi feita uma substituição numérica dos anos por números inteiros de 1 a 20, para que durante o processamento do programa, o mesmo reconhecesse estar trabalhando com um mesmo tamanho de dados, pois se fossem mantidos os anos de registro, em cada série, o programa acusava erro, não gerando nenhuma função, pois o mesmo não reconhecia como pares ordenados. Assim, para chegar as funções, foram utilizados 7 harmônicos para obter um melhor ajuste para a curva.

Para minimizar efeitos indesejáveis na modelagem quando existem dados nulos, foi acrescido em cada altura pluviométrica o valor 0,05 milímetros, para compensar os valores registrados iguais à zero.

Os cálculos foram realizados através do software Mathematica<sup>8</sup>, devido a sua facilidade para a manipulação algébrica e apresentação visual dos gráficos, em termos de resolução e rapidez na obtenção das funções. Isso foi feito seguindo os seguintes passos:

1º - Utilizando o comando *Fit*, que encontra a combinação linear das funções na lista digitada, nesse caso os pares (ano, altura pluviométrica), minimizando a soma dos quadrados dos desvios (função de ajuste para os dados reais) dos valores computados;

2º - A geração de um gráfico de dispersão através do comando *ListPlot*, que gera o gráfico de uma lista de valores especificados um a um em coordenadas na forma de par ordenado, no caso ano e altura pluviométrica;

3º - Construção da curva de ajuste com o comando *Plot*, que avalia inicialmente uma série de pontos espaçados dentro de uma amostra específica e depois constrói o gráfico ponto a ponto ligando-os por um segmento de reta;

---

<sup>8</sup> Foi utilizado o software Mathematica versão 5.1.0, licenciado pela Universidade Estadual de Mato Grosso, Departamento de Engenharia Civil, Campus de Sinop.

4º - Por fim, a sobreposição dos gráficos obtidos no 2º e 3º passos, através do comando *Show*, que apresenta os gráficos obtidos naqueles passos, sobrepondo-os.

### 3.2.3 Cálculos Estatísticos

Além dos cálculos das funções e a geração dos gráficos, foi realizado um teste de hipótese sobre as estatísticas descritivas, como média, desvio padrão e variância.

Foi feita uma análise de variância entre os dados acumulados de Cuiabá e Santo Antônio de Leverger, para determinar se as variâncias populacionais entre elas são iguais realizando um teste  $F$ , que indica o tamanho da diferença entre os grupos em relação ao tamanho da variação dentro de cada grupo

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2},$$

sendo

$s_1^2$  a variância dos dados de Cuiabá,

$s_2^2$  a variância dos dados de Santo Antônio de Leverger,

onde

$$s_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}{n_1 - 1} \quad \text{e} \quad s_2^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_2} (X_{2j} - \bar{X}_2)^2}{n_2 - 1}$$

$X$  corresponde a cada precipitação anual acumulada dentro da série,

$\bar{X}$  é a média da amostra de cada série,

$n$  é o número total de dados (anos) de cada série.

Realizou-se também o teste  $t$  de Student, para testar a diferença entre duas médias populacionais considerando duas situações:

A primeira se o valor da variância é conhecido

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s^2(\bar{X}_1) + s^2(\bar{X}_2)}},$$

sendo  $\mu$  as médias populacionais.

A segunda, se o valor da variância é desconhecido

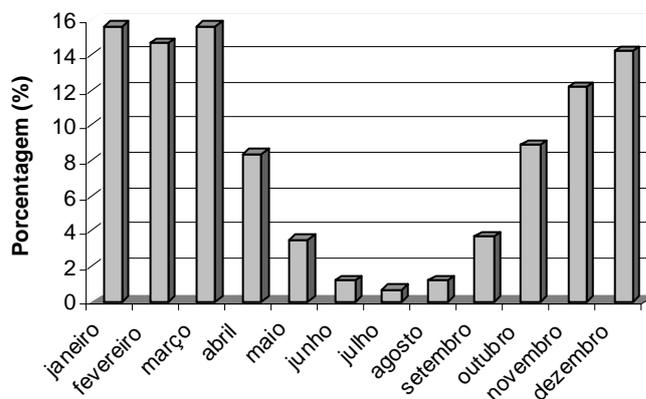
$$t' = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Sendo considerado como hipótese nula  $H_0$ , que exista igualdade entre os regimes de precipitação e uma hipótese alternativa  $H_1$ , que não há existência dessa igualdade. Para efeito de validação e diminuição de possível escolha errônea de uma das hipóteses, estabeleceu-se um nível de significância em um valor pequeno  $\alpha = 0,05$ , ou seja uma margem de 95% de aceitar a hipótese nula.

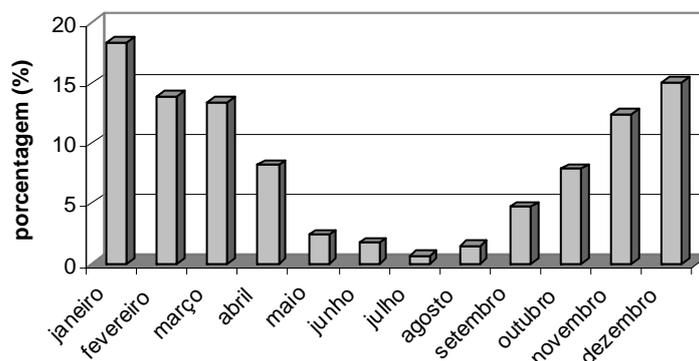
## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS E ANÁLISE

Na observação dos histogramas (figuras 1 e 2) é possível notar que as séries são regulares, apresentando periodicidade em ciclo anual, caracterizando a descrição feita na seção 3.1, que trata da área de estudo, onde é exposto que o tipo de clima é tropical, com quatro a cinco meses de seca, sendo definido duas estações: uma seca e uma chuvosa. Cerca de 80 % das chuvas estão concentradas entre os meses de novembro a março, sendo janeiro e março os meses com os maiores índices pluviométricos (15,6%, em ambos para Cuiabá e 18% para Santo Antônio) e julho com índice menor que 1%, para ambas as localidades, caracterizando dois períodos: um chuvoso (de outubro a abril) e outro seco (maio a setembro).



**Figura 1:** Histograma de porcentagem da altura pluviométrica acumulada mensal em Cuiabá (1912 a 2006)



**Figura 2:** Histograma de porcentagem da altura pluviométrica mensal em Santo Antônio de Leverger (1987 a 2006)

## 4.1 DADOS DE CUIABÁ – SÉRIE TEMPORAL DE 95 ANOS

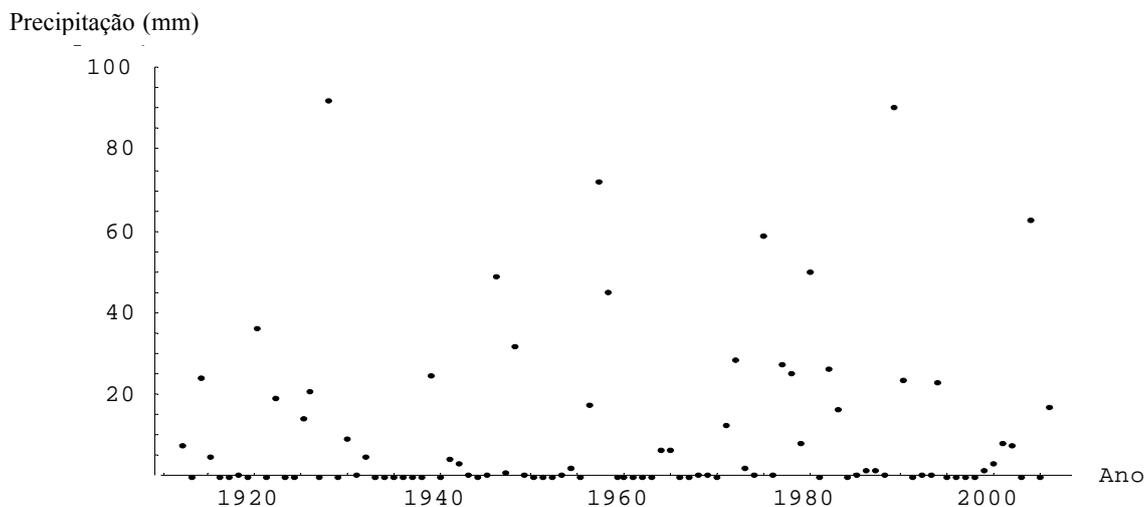
### 4.1.1 Ajuste para os Dados de Precipitação Mínima

Ao observar o gráfico de dispersão (figura 3) se pode notar que a maioria dos dados de precipitação mínima durante o intervalo estudado, se concentra abaixo de 1 mm. Para o cálculo da média de precipitação mínima foi obtido 9,51 mm de precipitação nos 95 anos.

Existe uma redução significativa, em relação à média, nos valores entre os anos de 1949 a 1970, pois a média desse período ficou em 6,92mm, apenas os anos de 1956, 1957 e 1958 apresentaram valores acima da média (17,55; 72,35 e 45,05 mm respectivamente).

Foi considerado o ano de 1957 como um *outlier*<sup>9</sup>, pois a distribuição mensal de chuvas neste ano foi atípica nos meses secos.

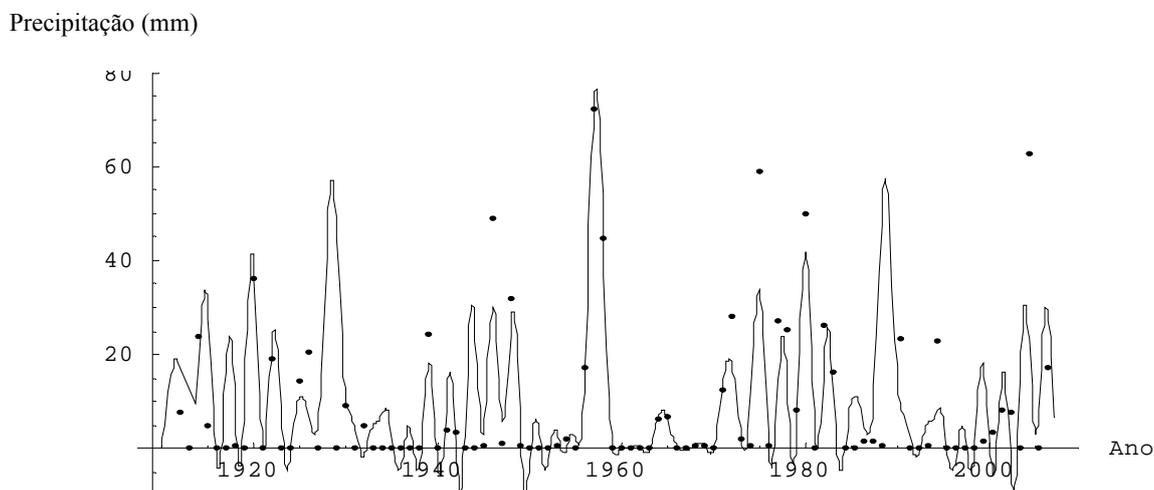
<sup>9</sup> *Outlier* é um ponto dos dados que se situa muito afastado dos demais.



**Figura 3:** Diagrama de dispersão para a precipitação mínima em Cuiabá (1912 a 2006)

**Fonte:** 9º distrito meteorológico do INMET

Utilizando a função (10) apresentada na seção 1 do Apêndice (p. 62), foi gerada a curva observada na figura 4.



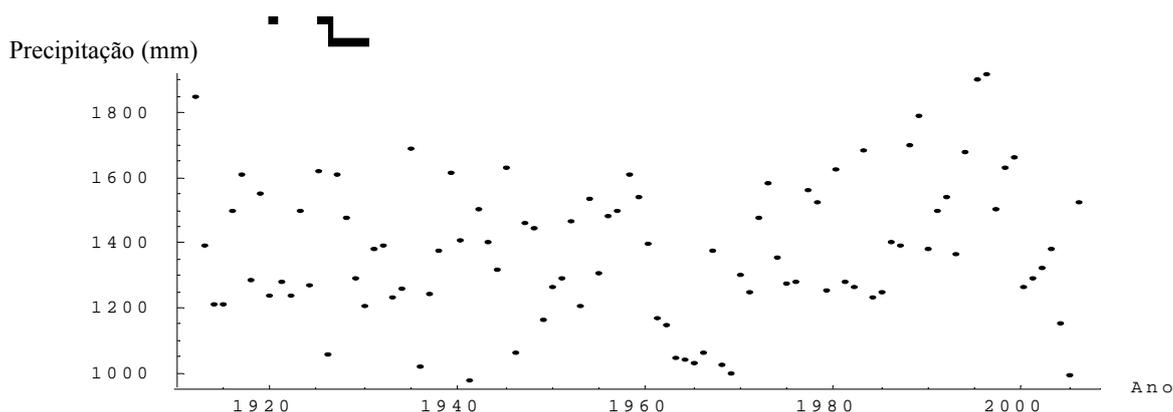
**Figura 4:** Curva de ajuste pela série de Fourier e diagrama de dispersão da precipitação mínima (1912 a 2006)

Nota-se um comportamento semelhante na curva de ajuste entre dois intervalos: de 1915 a 1945 e de 1975 a 2005.

Os períodos que apresentam semelhança na curva de ajuste, possuem 30 anos cada, caracterizando o período mínimo considerado pela OMM, para o cálculo da Normal Climatológica, sendo que as médias foram praticamente iguais, conforme tabela 6 do item 4.3.2 (p. 51) com uma pequena variação de 141 mm e com praticamente a mesma distribuição de precipitação acumulada mensal durante os períodos. O comportamento da curva indica, conforme os dados obtidos, que no intervalo do ano de 1946 a 1974 a altura pluviométrica foi inferior à média de todo o período, conforme explicado anteriormente. Este período possui 28 anos de intervalo, sugerindo que a partir do ano 2007 ocorrerá um novo período de baixa na altura pluviométrica.

#### 4.1.2 Ajuste para os dados de Precipitação Acumulada (Cuiabá)

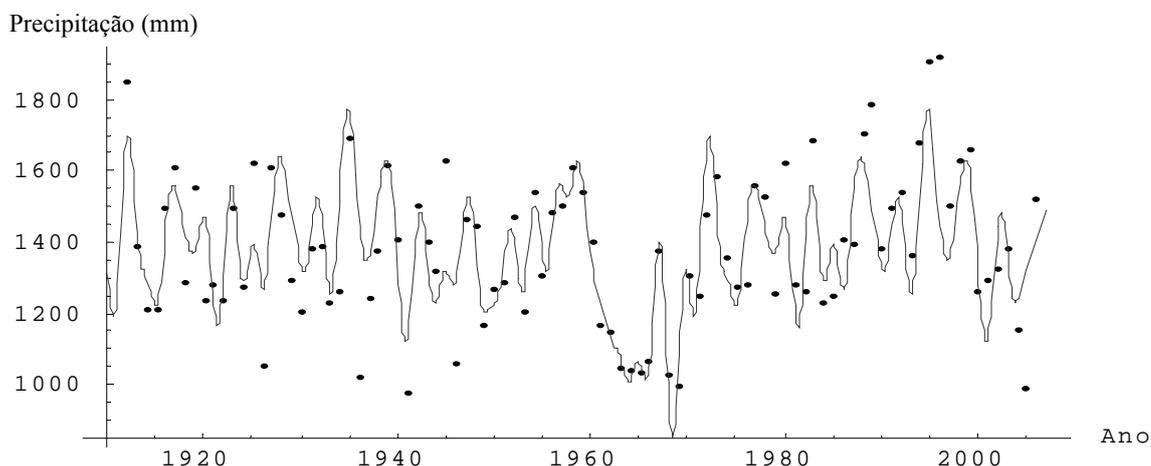
A altura pluviométrica total registrada ao longo da série foi 131110,6 mm, obtendo como média 1380,11 mm, uma variância de 44161,42 mm<sup>2</sup> e desvio padrão de 210,14mm. Sendo a menor altura pluviométrica registrada no ano de 1941 com 976,6 mm e a maior no ano de 1995 com 1907,3 mm. A figura 5, mostra a dispersão dos dados da precipitação acumulada ao longo da série.



**Figura 5:** Diagrama de dispersão para a precipitação acumulada em Cuiabá (1912 a 2006)

**Fonte:** 9º distrito meteorológico do INMET

Como nos processos anteriores, após obtida a função de ajuste (11) da seção 2 do Apêndice (p. 63), foi feito o gráfico para a curva de ajuste da precipitação acumulada (ver figura 6).



**Figura 6:** Curva de ajuste pela série de Fourier para a precipitação acumulada de Cuiabá (1912-2006)

A curva de ajuste, pela série de Fourier, da precipitação acumulada (fig. 6) apresenta um decréscimo acentuado entre os anos de 1960 a 1970.

Essa perturbação na curva de ajuste pode ter sido influenciada por fenômenos meteorológicos. Durante o período de 1964 a 1973, ocorreram doze fenômenos denominados como *La Niña* e *El Niño*, sendo que destes, 25% foram considerados como fortes (LN 1973 e EN 1972, 1973 de acordo com SILVA et al, 2005). Sabe-se que estes fenômenos meteorológicos afetam o regime de chuvas, aumentando (*El Niño*) ou diminuindo (*La Niña*) o volume precipitado.

Do ano de 1963 ao ano de 1966, ocorreram três *El Niño* e duas *La Niña* (BERLATO; FONTANA, 2003), o que pode ter influenciado na redução das chuvas durante esse intervalo. Em 1967 não há registro de ocorrência de nenhum desses fenômenos e a altura pluviométrica acumulada nesse ano esteve próximo à média, 1376,9 mm baixando novamente nos dois anos seguintes (com 1026,6 mm em 1968 e 999,3 mm em 1969) e voltando a normalidade nos anos subsequentes.

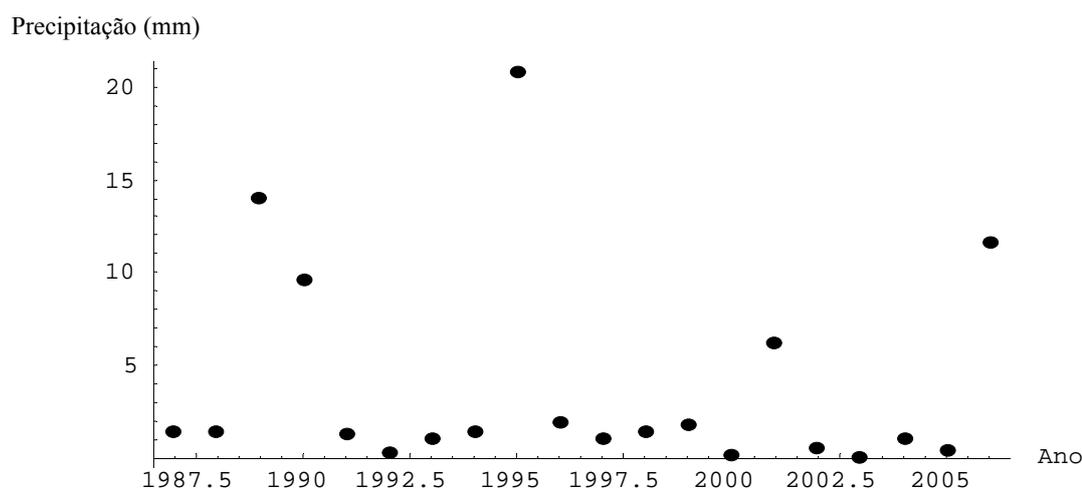
Como no caso da precipitação mínima a curva de ajuste se repete em dois períodos, o primeiro de 1912 a 1945 e o segundo de 1971 a 2006, sugerindo que o

regime de chuva apresenta um ciclo em seu comportamento o que favoreceria a previsão futura do regime pluviométrico, porém, como comentado na seção 1.4.2, a ocorrência de precipitação é um processo aleatório que não permite uma previsão determinística com longo prazo de antecedência.

## 4.2 DADOS DE SANTO ANTÔNIO DE LEVERGER

### 4.2.1 Precipitação Mínima

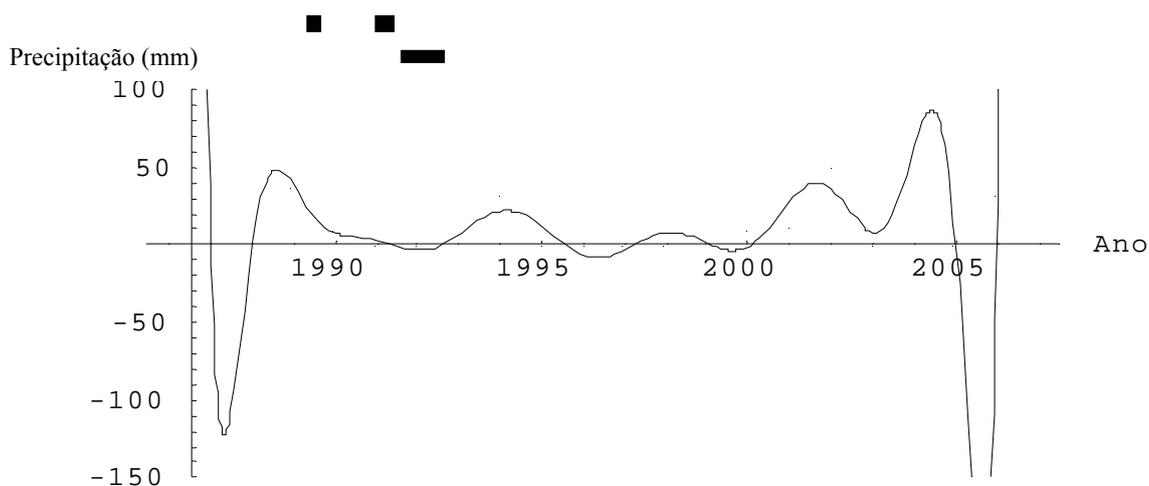
A precipitação mínima teve valores entre 0,2 mm, no ano de 2000 e 20,8 mm, no ano de 1995, tendo como média de precipitação mínima, em vinte anos, 3,9 mm. No diagrama de dispersão (figura 7), se pode notar a ocorrência de cinco dados acima da média, sendo que os demais ficaram abaixo da mesma.



**Figura 7:** Diagrama de dispersão para a precipitação mínima em Santo Antônio de Leverger.

**Fonte:** CAMPELO JÚNIOR, J. H. Comunicação pessoal.

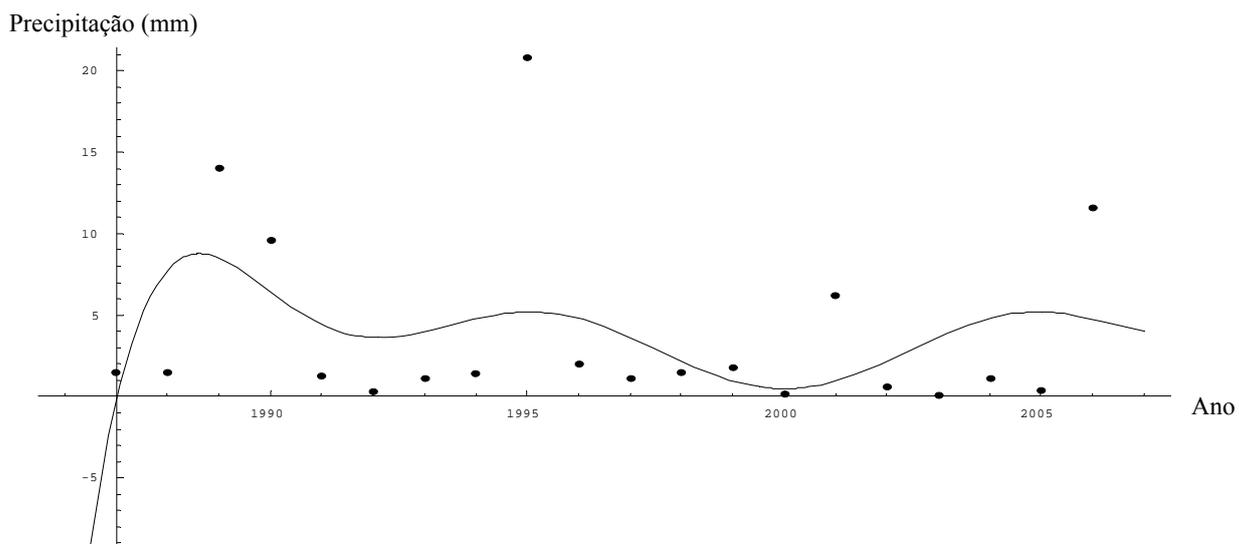
Calculada a função de ajuste pela série de Fourier (ver equação (12) da seção 3 no Apêndice – p. 63), cujo gráfico está representado na figura 8. Não se pode afirmar a existência de ciclos, pois a altura pluviométrica manteve-se abaixo da média em 75 % dos anos observados.



**Figura 8:** Ajuste de curva pela série de Fourier para precipitação mínima em Santo Antônio de Leverger

No gráfico da figura acima aparecem oscilações numéricas denominadas fenômeno de Gibbs, nestes casos é aconselhável trabalhar com ajuste através de polinômios de Chebyshev (seção 2.3.1.1), que contornam este tipo de oscilação indesejável.

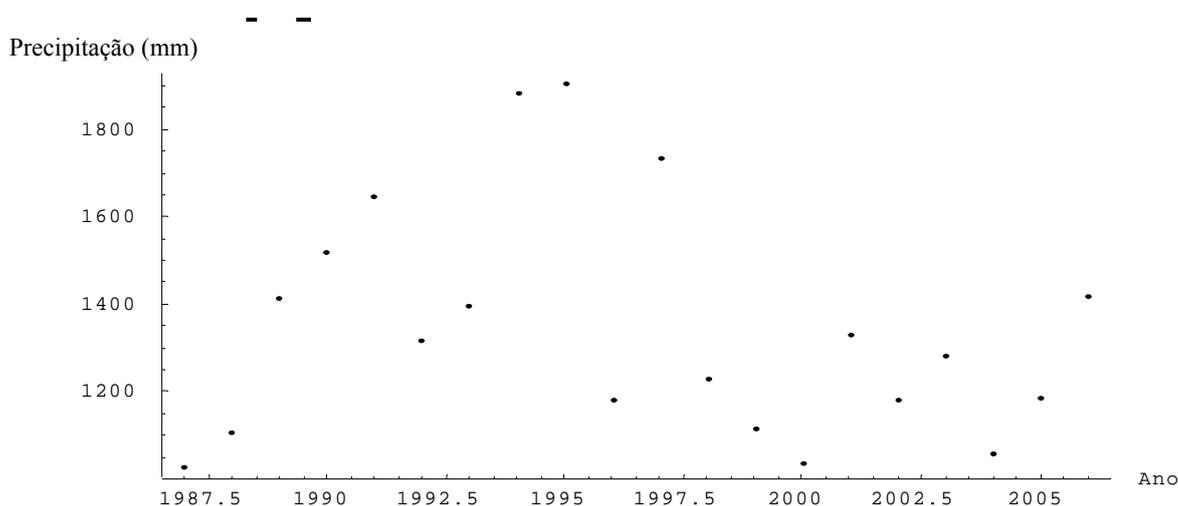
A seguir, é apresentado na figura 9 o ajuste por mínimos quadrados utilizando polinômios de Chebyshev, cuja função de ajuste é apresentada pela equação (13), na seção 3 do Apêndice (pág. 63).



**Figura 9:** Ajuste de curva para a precipitação mínima, utilizando polinômios de Chebyshev.

### 4.2.2 Precipitação Acumulada

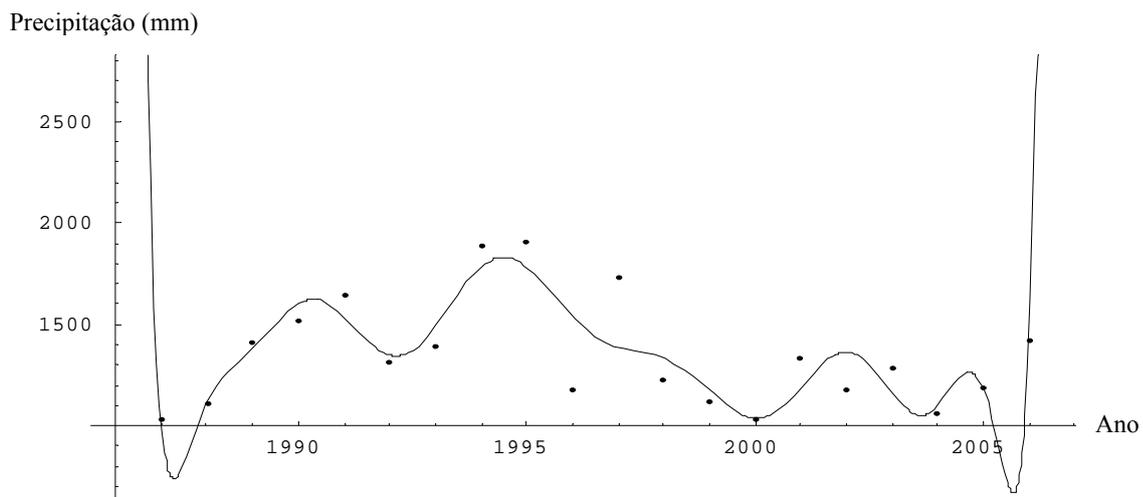
Para a precipitação acumulada a média ou Normal Climatológica obtida foi de 1347,88 mm, com um desvio padrão de 268,81 mm, cujos valores estão compreendidos entre 1028,20 mm no ano de 1987 e 1905,60 mm em 1995. O diagrama de dispersão dos dados (ver figura 10) sugere uma tendência de ciclo na precipitação acumulada.



**Figura 10:** Diagrama de dispersão para a precipitação acumulada em Santo Antônio de Leverger.

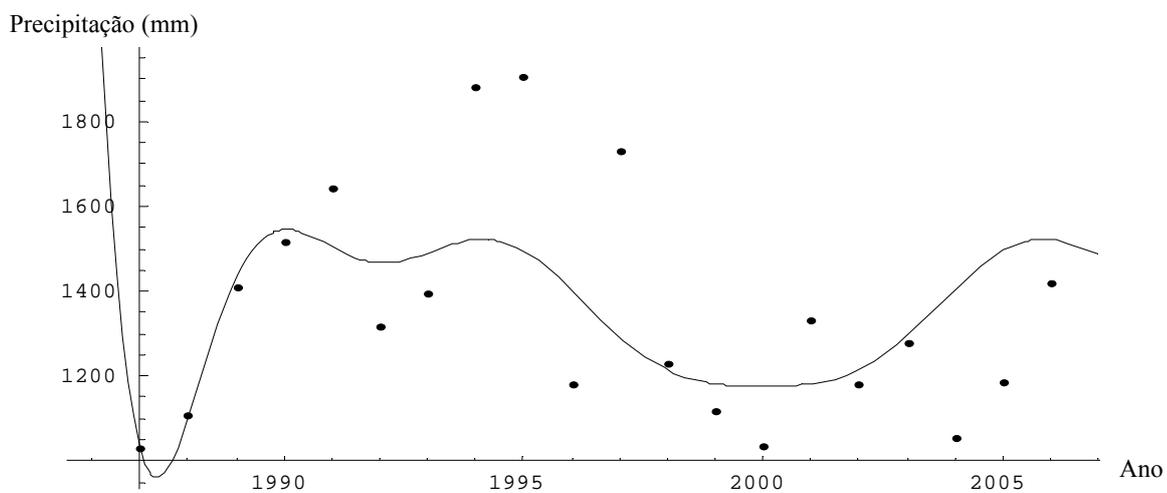
**Fonte:** CAMPELO JÚNIOR, J. H. Comunicação pessoal.

Após obter a função de ajuste pela série de Fourier (ver equação (14) na seção 4 do Apêndice, p. 64), foi construído o gráfico apresentado na figura 11, onde se pode perceber novamente a ocorrência do fenômeno de Gibbs nos extremos da curva.



**Figura 11:** Ajuste de curva pela série de Fourier da precipitação acumulada em Santo Antônio de Leverger

A figura 12, a seguir, apresenta o gráfico da curva de ajuste por polinômios de Chebyshev para os dados de precipitação acumulada de Santo Antônio de Leverger, cuja equação (15) se encontra na seção 4 do Apêndice (p.64).



**Figura 12:** Ajuste para precipitação acumulada em Santo Antônio de Leverger, utilizando polinômios de Chebyshev.

### 4.3 COMPARAÇÕES

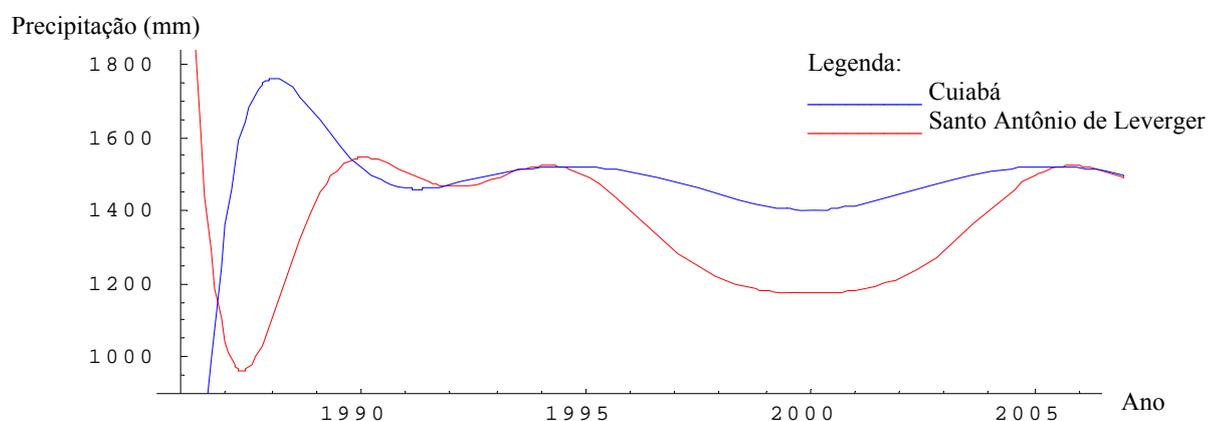
#### 4.3.1 Precipitação Acumulada Cuiabá (20 anos) x Acumulada Santo Antônio de Leverger

Foram calculados as médias e os desvios padrões da precipitação acumulada em cada estação, tabela 2, mesmo considerando um período inferior a 30 anos, como recomendado pela OMM, seção 3.2.1 A média da precipitação acumulada em Cuiabá, para seus últimos vinte anos foi 1496,12 mm, enquanto que para Santo Antônio de Leverger teve média foi 1348,39 mm no mesmo período.

A diferença entre as médias da precipitação acumulada não é significativa nos dois pontos, porém indica que em Cuiabá ocorreu uma maior precipitação. A cidade de Cuiabá, mesmo tendo apresentando uma média maior que Santo Antônio de Leverger, seu desvio padrão é menor, indicando menor variação na precipitação anual.

**Tabela 2:** Estatística descritiva da precipitação acumulada para Cuiabá (20 anos) e Santo Antônio de Leverger.

| Cidade   | Nº de anos | Mínima | Máxima | Média   | Desvio padrão |
|----------|------------|--------|--------|---------|---------------|
| Leverger | 20         | 1028,2 | 1906,2 | 1348,39 | 268,8         |
| Cuiabá   | 20         | 991,7  | 1920,9 | 1496,12 | 241,82        |



**Figura 13:** Sobreposição dos ajustes apresentados nas figuras 15 e o ajuste para o mesmo período em Cuiabá.

De 1997 e 2003, a precipitação acumulada fica abaixo da média dos últimos 20 anos. É possível observar também que, em todos os anos, a partir de 1988, a precipitação está dentro da faixa da média considerando o desvio padrão. Esse mesmo comportamento ocorre em Cuiabá, mas com menores amplitudes nas variações, inclusive no período entre os anos de 1997 e 2003, mantendo precipitação mais próxima da média.

Pela estatística descritiva, na comparação entre as duas séries, Cuiabá com 95 anos e Santo Antônio de Leverger com 20 anos, observa-se na tabela 3 que a média de Cuiabá, 1380,11 mm, está mais próxima da média de Santo Antônio de Leverger, 1348,39 mm, favorecendo a hipótese nula, de que há igualdade no regime de precipitação nas duas localidades.

**Tabela 3:** Estatística descritiva da precipitação acumulada para Cuiabá (95 anos) e Santo Antônio de Leverger.

| cidade   | Nº de anos | Média   | Desvio padrão |
|----------|------------|---------|---------------|
| Cuiabá   | 95         | 1380,11 | 210,14        |
| Leverger | 20         | 1348,39 | 268,81        |

Na análise de variância o teste F ( tabela 4), teve como resultado 0,340, com uma significância de 0,561, indicando haver uma igualdade no regime de precipitação entre as duas cidades.

**Tabela 4:** Teste F entre os grupos para Cuiabá (95 anos) e Santo Antônio de Leverger.

|              | Média quadrada | Teste F | Significância |
|--------------|----------------|---------|---------------|
| Entre grupos | 16617,281      | 0,340   | 0,561         |

Para confirmar ou não a hipótese de igualdade, foi realizado o teste t (tabela 5) demonstrando que a hipótese de igualdade deve ser aceita. Supondo de conhecida a variância entre os grupos o teste t teve como resultado 0,583 com uma significância igual ao teste F de 0,561 (tabela 4) e para as variâncias desconhecidas o teste t obteve

0,497 com um grau de significância de 0,624, considerando a probabilidade de erro em 0,05 nas duas situações, ou seja, um intervalo de confiança de 95% para não rejeitar a igualdade entre os grupos.

**Tabela 5:** Teste t entre os grupos para Cuiabá (95 anos) e Santo Antônio de Leverger.

| precipitação             | Teste t | Significância | Diferença entre as médias |
|--------------------------|---------|---------------|---------------------------|
| Variâncias conhecidas    | 0,583   | 0,561         | 31,71408                  |
| Variâncias desconhecidas | 0,497   | 0,624         | 31,71408                  |

#### 4.3.2 Acumulada Cuiabá em Dois Períodos

Assim, para verificar a afirmação do item 1.2.3, que diz que a mudança de tipo de solo ou urbanização pode alterar o regime de precipitação. Verificando se a curva de ajuste da precipitação acumulada apresentava um mesmo comportamento ao longo da série, foram separados dois períodos diferentes da série dos 95 anos de Cuiabá: o primeiro de 1925 a 1944 e o segundo de 1987 a 2006.

Foram escolhidos esses dois intervalos devido ao ajuste de curva para a precipitação acumulada, seção 4.2.1.3. figura 6, referente ao período completo, onde se pode notar um traçado similar para esses dois períodos.

Para calcular as funções foram utilizados 7 harmônicos, por apresentar um melhor ajuste de curva, conforme explicado na seção 3.1.1.2.

Com as funções de ajustes (17) e (18), que se encontram nas seções 6 e 7 do Apêndice (p. 64), foram gerados os gráficos correspondentes ao primeiro e segundo período, figuras 14 e 15, respectivamente, no qual foram substituídos os anos por números de 1 a 20 (ver seção 3.1.2) para facilitar a compreensão da sobreposição dos dois gráficos na figura 17.

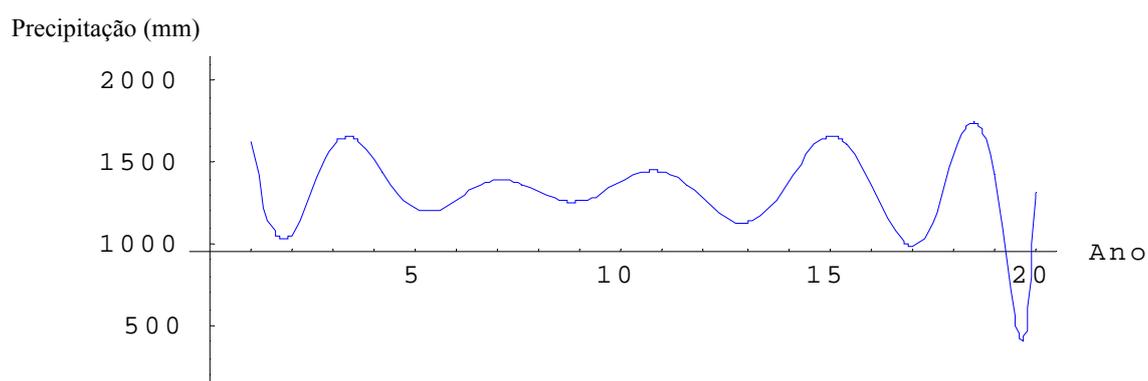
Foram calculados a média e o desvio padrão da precipitação acumulada dos períodos, (tabela 6). A média de precipitação nos dois períodos difere pouco, porém o segundo período apresenta um valor acumulado é maior (29922,4 mm) que no primeiro período (27093,4 mm).

Apesar de uma média menor, o primeiro período possui um desvio padrão, também, menor, demonstrando haver maior regularidade anual da precipitação.

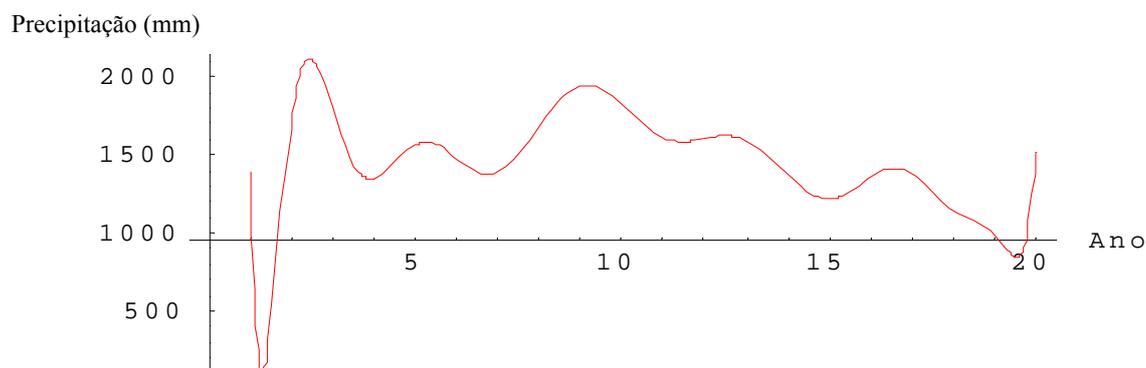
**Tabela 6:** Estatística descritiva da precipitação acumulada de Cuiabá em dois períodos.

| período  | N  | Mínima | Máxima | Média    | Acumulada | Desvio padrão |
|----------|----|--------|--------|----------|-----------|---------------|
| primeiro | 20 | 976,6  | 1692,4 | 1354,670 | 29922,4   | 201,3449      |
| segundo  | 20 | 991,7  | 1920,9 | 1496,120 | 27096,4   | 241,8286      |

O modelo ajustado (figura 14) para o primeiro período mostra maior periodicidade ao longo da série, o que não ocorre no segundo período, figura 15, pois em relação a média, a altura pluviométrica foi menor a partir do décimo quarto ano (ano 2000), voltando a aumentar no último ano (ano de 2006).



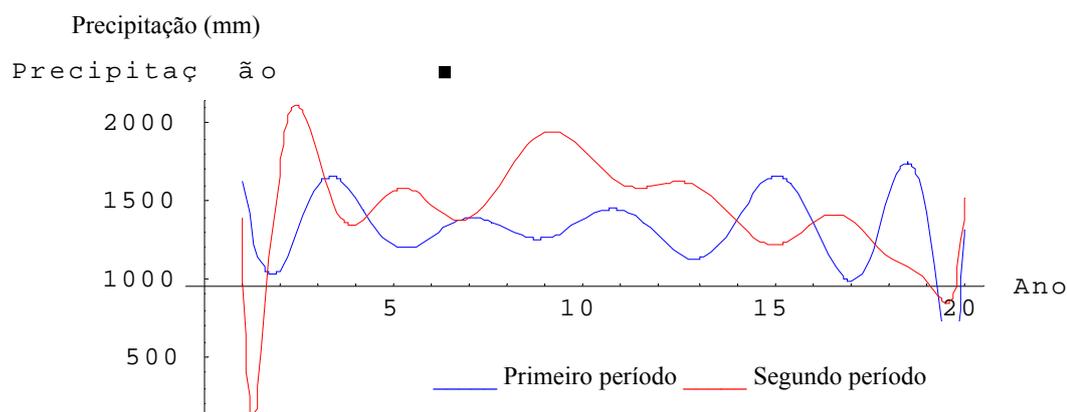
**Figura 14:** Ajuste de curva pela série de Fourier para a precipitação acumulada no primeiro período (1925-1944).



**Figura 15:** Ajuste de curva pela série de Fourier para a precipitação acumulada no segundo período (1987-2006).

Para comparar os períodos, fez-se uma sobreposição (ver figura 16) dos ajustes das curvas representados nas figuras 15 e 16. Nota-se um comportamento distinto entre as curvas obtidas para cada período. Essa diferença de comportamento, mesmo sendo em um mesmo local, pode ter ocorrido pelo fato de se ter trabalhado com dois períodos distintos da série, o primeiro correspondendo à primeira metade do século XX e o segundo corresponde a final do século passado e início desse século. O fato de estar comparando dois períodos de uma mesma localidade não ocorreria diferenciação no regime de chuvas, mas como descrito na seção 1.2.3 as alterações na troca de vegetação ou urbanização podem influenciar o clima. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)<sup>10</sup> a cidade de Cuiabá sofreu um aumento populacional a partir de década de 1960, dobrando praticamente a população a cada década, esse fato contribui com a mudança do tipo de cobertura de solo.

<sup>10</sup> IBGE. **Cidades**. Disponível em: <[www.ibge.gov.br/cidades](http://www.ibge.gov.br/cidades)> Acesso em 25 de junho de 2007.



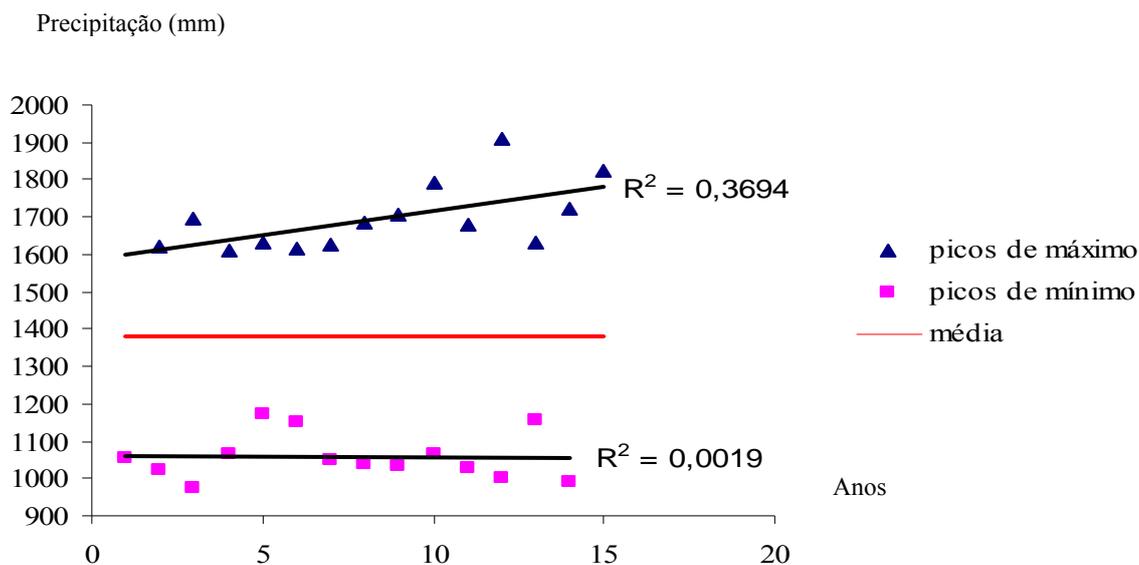
**Figura 16:** Sobreposição dos gráficos de ajuste de curvas das figuras 20 e 21

### 4.3.3 Picos de Máximo e Mínimo de Precipitação Acumulada na Série de Cuiabá

No primeiro capítulo (seção 1.2.2), foram apresentados alguns aspectos sobre mudanças climáticas e suas categorias de variação, e a fim de verificar a ocorrência de uma eventual mudança no regime comportamental de chuvas na região estudada, foi feita uma comparação entre os picos de precipitação acumulada máxima e mínima.

Assim, foram identificados 14 picos de máximo e 14 picos de mínimo. De acordo com a seção 3.2.1 os picos de máximo e de mínimo, são os valores registrados de precipitação acumulada acima e abaixo, respectivamente, do desvio padrão da Normal Climatológica.

A partir dessa identificação e cálculo das médias, foi gerado um gráfico de dispersão (figura 17), para cada categoria de precipitação juntamente com as suas regressões lineares e o cálculo as equações das retas (19) e (20), apresentadas nas das seções 8 e 9 do Apêndice (p.65).



**Figura 17:** Picos de precipitação máxima e mínima em 95 anos.

Os picos de máximo apresentam um coeficiente de determinação  $R^2$  igual a 0,3694, indicando que a variação é significativa para explicar o distanciamento em relação à média.

Os picos de mínimo apresentaram um coeficiente de determinação  $R^2$  igual a 0,0019, não sendo significativo para considerar uma variação em seu comportamento.

A partir do ano de 1989 os picos de máximo apresentam uma altura pluviométrica maior, indicando através da reta de regressão linear que há uma tendência de afastamento entre as médias de máximo e mínimo, em relação a média do período, sendo este afastamento cada vez maior a cada ano.

Na seção 1.2.3 p. 7, é citado que as alterações na troca de vegetação ou urbanização podem influenciar significativamente no clima, fato que pode estar influenciando o ciclo hidrológico. Assim fatores físicos e biológicos determinam a interação entre a umidade atmosférica e a precipitação.

Foi feito o mesmo cálculo para a série de Santo Antônio de Leverger, porém não foi possível chegar a um resultado conclusivo devido a insuficiência de dados, sendo identificado dois pontos abaixo da média e quatro pontos acima, o que não favorece interpretação adequada do coeficiente de regressão.

A mudança comportamental no pico de máximo pode ser uma influência do fenômeno do aquecimento global, acentuada mais a partir da década de 1980. Fato

que pode estar relacionado diretamente com as alterações ocasionadas pelas mudanças climáticas ocasionadas pela ação antropica, como: desmatamento, redução da camada de ozônio e o agravamento do efeito estufa. Há necessidade de um melhor e mais aprofundado estudo neste ponto, utilizando-se não só da altura pluviométrica anual, mas também da altura diária, da intensidade e da duração das chuvas.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os modelos matemáticos comprovaram haver uma periodicidade no regime de precipitação na área de estudo. E os testes estatísticos demonstraram que não há variação significativa entre as duas localidades.

Nota-se que a altura pluviométrica acumulada aumentou ao longo da série, principalmente a partir da década de 1970.

Estatisticamente não há diferença na altura pluviométrica acumulada, nas comparações, tanto de Cuiabá com Santo Antônio de Leverger, como entre os dois períodos da série de Cuiabá, em ambas as situações o desvio padrão foi pequeno, havendo pouca variação entre as médias.

Pela análise de regressão linear, o coeficiente de regressão demonstra a existência de mudança comportamental no pico de máximo da precipitação acumulada de Cuiabá. O que não acontece com o pico de mínimo, mantendo seu comportamento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, A. R. et al. Análise harmônica no estudo das chuvas no Município de Catolé do Rocha – PB. **Revista de Biologia e Ciências da Terra**, João Pessoa, volume 6, 1º Semestre 2006. nº 1 p. 56-58.
- ASSIS, F. N.; VILLA NOVA, N.A. Modelagem da ocorrência e da quantidade de chuva em Piracicaba. **Scientia Agrícola**, Piracicaba, 51 (3), set./dez.1994. p.172-182.
- ASSIS, F. N.; ARRUDA, H. V.; PEREIRA, A. R. Análise Harmônica. In: **Aplicações de estatística à climatologia: teoria e pratica**. Pelotas, Ed. Universitária/UFPel, 1996. p. 125-137.
- AYOADE, J. O. **Introdução a Climatologia para os Trópicos**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2002. 332 p.
- BACK, A. J. **Aplicação de cadeias markovianas à modelagem da precipitação diária** Disponível em <geodesia.ufsc.br/Geodesia-online/arquivo>. Acesso em 10/04/2007
- BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. **Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática**. Campinas; UNICAMP/IMECC, 2006. 376 p.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Ed. Contexto, 2002. 387 p.
- BASTOS, T. X.; GOMES, M.R.A.; CORRÊA, M. **Padrão climático e variabilidade das chuvas em Tomé-Açu e sua implicação para as culturas da pimenta-do-reino e cupuaçu**. 1. 1996, Belém/PA. Anais. Belém: Embrapa Amazônia Oriental: JICA (Embrapa Amazônia Oriental. Documento, 89), 1997. p. 109-118.
- BERLATO, M. A.; FONTANA, D. C. **El Niño e La Niña: Impactos no clima, na vegetação e na agricultura do Rio Grande do Sul. Aplicações de previsões climáticas na agricultura**. Porto Alegre: UFRGS, 2003. 110 p.
- BERNADARA, P.; DE MICHELE, C.; ROSSO, R. A simple model rain in time: An alternating renewal process of wet and dry states with a fractional (non-Gaussian) rain intensity. **Atmospheric Research**, Vol. 84, 2007. p. 291-301.
- BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R.C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 7ª ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2002. 416p.
- BRASS, W. Simplified methods of fitting the truncated negative binomial distribution. **Biometrika**, London, 1958. v.45, p.59-68.

- BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. **Análise Numérica**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003. 678 p.
- CARDOSO, M. R. A.; LATORRE, M. R. D. O. Análise de séries temporais em Epidemiologia: uma introdução sobre os aspectos metodológicos **Revista Brasileira de Epidemiologia** vol. 4, nº 3, 2001. p 152-156.
- CASTANHO, A. D. A. **A Determinação quantitativa de fontes de material particulado na atmosfera da cidade de São Paulo**. Dissertação, Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 1999.120p.
- CHRISTOFOLETTI, A. **Modelagem de sistemas ambientais**. 2ª reimpressão. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 2002. 176 p.
- CLARKE, R. T.; SILVA DIAS, P. L. **As necessidades de observação e monitoramento dos ambientes brasileiros quanto aos recursos hídricos**. Positon Paper, CT-HIDRO, CGEE, Brasília, 2003, 42 p.
- CONTI, J. B. Considerações sobre mudanças climáticas globais. IN: SANT'ANA NETO, J. L. e ZAVATINI, J. A. (org). **Variabilidade e mudanças climáticas**. Maringá: Eduem,2000, p. 17 – 28.
- CRUTZEN, P., J.; ANDREAE, M., O. Biomass Burning in the Tropics: Impact on Atmospheric Chemistry and Biogeochemical Cycles. **Science**, v. 250, 1990. p. 1669-1678.
- FINNEY, R. L. **Cálculo de George B. Thomas Jr.** vol. 2. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2004. 689 p.
- FREITAS, M.; CASTRO JUNIOR, W. E. **Amazônia e desenvolvimento sustentável** – um diálogo que todos os brasileiros deveriam conhecer São Paulo: Ed. Vozes, 2004. 45 p.
- GARCEZ, L.N. **Hidrologia**. São Paulo, Edgar Blücher Ltda. 1974. 274 p.
- IBGE. **Cidades**. Disponível em: <[www.ibge.gov.br/cidades](http://www.ibge.gov.br/cidades)> Acesso em 25 de junho de2007.
- Intergovernmental Panel on Climate Change **IPCC Climate Change. The Scientific Basis**. Dai, X, Ding, Y, Griggs, D.J., Houghton, J.T., Johnson, C.A., Maskell, K, Noguer, M, Van der Linden, P.J. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 881 pp.
- KAUFMAN, Y. J.; NAKAJIMA, T. Effect of Amazon Smoke on Cloud Microphysics and Albedo-Analysis from Satellite Imagery. **Journal of Applied Meteorology**, v. 32, 1993. p. 729-744.

- MAITELLI, G. T. **Uma abordagem tridimensional de clima urbano em área tropical continental: o exemplo de Cuiabá-MT**. 1994. Tese (Doutorado em Geografia) - Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994. 220f.
- MORAES, A. R. **Água** USP/São Carlos, Programa Educar. Disponível em: <educar.sc.usp.br/ciencias/recursos/agua.html> Acesso em 08 de maio de 2006.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C M.C. **Previsão de séries temporais**. 2a. ed. São Paulo: Atual Editora; 1985. 191 p.
- NIMER, E. **Climatologia do Brasil**. SUPREN/IBGE. Volume 4, 1979. 421 p.
- NOBRE, C. A.; SHULKLA, J. Variations of sea surface temperature, wind stress and rainfall over the Tropical Atlantic and South America. **Journal Climate**, 9, 1991. p. 2464-2479.
- OMETTO, J. C. **Bioclimatologia Vegetal**. São Paulo: Ed. Agronômica Ceres, 1981. 425 p.
- PANAGOULIA, D.; BÁRDOSSY, A.; LOURMAS; G. Diagnostic statistics of daily rainfall variability in an evolving climate. **Advances in Geosciences**, 7, 2006. p. 349 –354.
- PEREIRA, A. R.; ANGELOCCI, L. R.; SENTELHAS, P. C. **Agrometeorologia: fundamentos e aplicações práticas**. Guaíba: Agropecuária, 2002. 478 p.
- POOLE, D. **Álgebra linear**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004. 690 p.
- ROSS, J. L. **Geografia do Brasil** - 4. ed. - São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2001. 215 p.
- SILVA, J. B.; CUNHA, F. B.; PAZ, S. R.; BASGALUPP, M. P. **Análise do comportamento das chuvas em algumas localidades do semi-árido do Nordeste Brasileiro** Revista Brasileira de Agrometeorologia, Santa Maria, v. 13, n. 1, 2005. p. 173-181.
- SOUZA, E. A. **Sinop: História, imagens, relatos: um estudo sobre a colonização de Sinop**. Dissertação (Mestrado em História) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2001. 251p.
- SOUZA FILHO, J. D. C. et al. Mecanismos de controle da variação sazonal da transpiração de uma floresta tropical no nordeste da Amazônia. Manaus : **Acta Amazônica**. Vol. 35 nº 2, Abril/June, 2005.
- STEINKE, E. T. **Considerações sobre variabilidade e mudança climática no Distrito Federal, suas repercussões nos Recursos Hídricos e informação ao**

**grande público.** Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Ecologia, Instituto de Ciências Biológicas da Universidade de Brasília, 2004. 201 p.

THOM, H.C.S. A note on the gamma distribution. **Monthly Weather Review**, Washington, v.86, n.4, 1958. p.117-122.

## APÊNDICES

### Funções Obtidas

A seguir apresentaremos as funções obtidas através do software Mathematica, para cada uma das categorias analisadas no capítulo 3.

#### 1. Precipitação mínima de Cuiabá – série temporal de 95 anos

$$\begin{aligned}
 f(x) = & 4,97 + 1,10 \cos\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 0,96 \cos\left(\frac{\pi x}{15}\right) + 2,56 \cos\left(\frac{\pi x}{10}\right) - 2,54 \cos\left(\frac{2\pi x}{15}\right) + 0,33 \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 0,68 \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) - \\
 & - 0,85 \cos\left(\frac{7\pi x}{30}\right) + 1,24 \cos\left(\frac{4\pi x}{15}\right) - 1,14 \cos\left(\frac{3\pi x}{10}\right) + 0,02 \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) - 0,35 \cos\left(\frac{11\pi x}{30}\right) - 0,54 \cos\left(\frac{2\pi x}{5}\right) + \\
 & + 0,59 \cos\left(\frac{13\pi x}{30}\right) - 1,22 \cos\left(\frac{7\pi x}{15}\right) - 1,48 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) - 0,58 \cos\left(\frac{8\pi x}{15}\right) - 0,42 \cos\left(\frac{17\pi x}{30}\right) - 1,38 \cos\left(\frac{3\pi x}{5}\right) + \\
 & + 0,64 \cos\left(\frac{19\pi x}{30}\right) + 1,57 \cos\left(\frac{2\pi x}{3}\right) - 0,46 \cos\left(\frac{7\pi x}{10}\right) + 1,68 \cos\left(\frac{11\pi x}{15}\right) + 0,09 \cos\left(\frac{23\pi x}{30}\right) - 0,44 \cos\left(\frac{4\pi x}{5}\right) + \\
 & + 2,05 \cos\left(\frac{5\pi x}{6}\right) - 1,66 \cos\left(\frac{13\pi x}{15}\right) + 0,97 \cos\left(\frac{9\pi x}{10}\right) - 0,48 \cos\left(\frac{14\pi x}{15}\right) + 0,71 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 2,52 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{15}\right) - \\
 & - 0,44 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{10}\right) + 0,44 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{15}\right) + 1,48 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 1,45 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{5}\right) + 0,55 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{30}\right) - 0,17 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi x}{15}\right) - \\
 & - 1,86 \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi x}{10}\right) + 0,85 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{3}\right) - 2,17 \operatorname{sen}\left(\frac{11\pi x}{30}\right) - 1,59 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{5}\right) + 1,64 \operatorname{sen}\left(\frac{13\pi x}{30}\right) - 0,32 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{15}\right) - \\
 & - 0,51 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{2}\right) + 1,17 \operatorname{sen}\left(\frac{8\pi x}{15}\right) - 1,34 \operatorname{sen}\left(\frac{17\pi x}{30}\right) - 0,49 \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi x}{5}\right) - 0,37 \operatorname{sen}\left(\frac{19\pi x}{30}\right) - 0,90 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{3}\right) + \\
 & + 1,03 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{10}\right) - 0,0006 \operatorname{sen}\left(\frac{11\pi x}{15}\right) + 0,69 \operatorname{sen}\left(\frac{23\pi x}{30}\right) + 0,12 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi x}{5}\right) - 0,16 \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi x}{6}\right) + 1,43 \operatorname{sen}\left(\frac{13\pi x}{15}\right) + \\
 & + 1,27 \operatorname{sen}\left(\frac{9\pi x}{10}\right) + 0,07 \operatorname{sen}\left(\frac{14\pi x}{15}\right) + 1,57 \cos\left(\frac{2\pi x}{3}\right) - 0,46 \cos\left(\frac{7\pi x}{10}\right) + 1,68 \cos\left(\frac{11\pi x}{15}\right) + 0,09 \cos\left(\frac{23\pi x}{30}\right) - \\
 & - 0,44 \cos\left(\frac{14\pi x}{15}\right) + 0,71 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 2,52 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{15}\right) - 0,44 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{10}\right) + 0,44 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{15}\right) + 1,48 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \\
 & - 1,45 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{5}\right) + 0,55 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{30}\right) - 0,17 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi x}{15}\right) - 1,86 \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi x}{10}\right) + 0,85 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{3}\right) - 2,17 \operatorname{sen}\left(\frac{11\pi x}{30}\right) - \\
 & - 1,59 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{5}\right) + 1,64 \operatorname{sen}\left(\frac{13\pi x}{30}\right) - 0,32 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{15}\right) - 0,51 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{2}\right) + 1,17 \operatorname{sen}\left(\frac{8\pi x}{15}\right) - 1,34 \operatorname{sen}\left(\frac{17\pi x}{30}\right) - \\
 & - 0,49 \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi x}{5}\right) - 0,37 \operatorname{sen}\left(\frac{19\pi x}{30}\right) - 0,90 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{3}\right) + 1,03 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{10}\right) - 0,0006 \operatorname{sen}\left(\frac{11\pi x}{15}\right) + 0,69 \operatorname{sen}\left(\frac{23\pi x}{30}\right) + \\
 & + 0,12 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi x}{5}\right) - 0,16 \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi x}{6}\right) + 1,43 \operatorname{sen}\left(\frac{13\pi x}{15}\right) + 1,27 \operatorname{sen}\left(\frac{9\pi x}{10}\right) + 0,07 \operatorname{sen}\left(\frac{14\pi x}{15}\right)
 \end{aligned} \tag{10}$$

## 2. Precipitação acumulada de Cuiabá – série temporal de 95 anos

$$\begin{aligned}
 f(x) = & 1360,11 + 13,80 \cos\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 32,73 \cos\left(\frac{\pi x}{15}\right) + 19,85 \cos\left(\frac{\pi x}{10}\right) - 53,87 \cos\left(\frac{2\pi x}{15}\right) - 0,88 \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) + 1,41 \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) + \\
 & + 14,43 \cos\left(\frac{7\pi x}{30}\right) + 31,55 \cos\left(\frac{4\pi x}{15}\right) + 19,30 \cos\left(\frac{3\pi x}{10}\right) - 52,93 \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) - 38,05 \cos\left(\frac{11\pi x}{30}\right) - 47,90 \cos\left(\frac{2\pi x}{5}\right) + \\
 & + 19,23 \cos\left(\frac{13\pi x}{30}\right) - 5,70 \cos\left(\frac{7\pi x}{15}\right) + 19,88 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) + 46,78 \cos\left(\frac{8\pi x}{15}\right) + 6,82 \cos\left(\frac{17\pi x}{30}\right) - 8,62 \cos\left(\frac{3\pi x}{5}\right) + \\
 & + 26,69 \cos\left(\frac{19\pi x}{30}\right) + 0,97 \cos\left(\frac{2\pi x}{3}\right) + 8,72 \cos\left(\frac{7\pi x}{10}\right) + 11,86 \cos\left(\frac{11\pi x}{15}\right) + 9,06 \cos\left(\frac{23\pi x}{30}\right) + 34,58 \cos\left(\frac{4\pi x}{5}\right) + \\
 & + 2,60 \cos\left(\frac{5\pi x}{6}\right) - 13,29 \cos\left(\frac{13\pi x}{15}\right) - 18,34 \cos\left(\frac{9\pi x}{10}\right) + 8,41 \cos\left(\frac{14\pi x}{15}\right) + 93,44 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 32,82 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{15}\right) - \\
 & - 106,60 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{10}\right) - 5,40 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{15}\right) + 45,85 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 47,08 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{5}\right) + 0,85 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{30}\right) + 14,79 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi x}{15}\right) - \\
 & - 25,86 \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi x}{10}\right) - 18,16 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{3}\right) - 13,92 \operatorname{sen}\left(\frac{11\pi x}{30}\right) - 7,73 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{5}\right) + 22,23 \operatorname{sen}\left(\frac{13\pi x}{30}\right) + 18,48 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{15}\right) - \\
 & - 58,97 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{2}\right) + 25,47 \operatorname{sen}\left(\frac{8\pi x}{15}\right) + 33,50 \operatorname{sen}\left(\frac{17\pi x}{30}\right) - 8,19 \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi x}{5}\right) - 45,80 \operatorname{sen}\left(\frac{19\pi x}{30}\right) - 7,73 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{3}\right) - \\
 & - 5,73 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{10}\right) + 32,57 \operatorname{sen}\left(\frac{11\pi x}{15}\right) + 6,85 \operatorname{sen}\left(\frac{23\pi x}{30}\right) - 31,47 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi x}{5}\right) + 9,25 \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi x}{6}\right) - 4,11 \operatorname{sen}\left(\frac{13\pi x}{15}\right) + \\
 & + 36,20 \operatorname{sen}\left(\frac{9\pi x}{10}\right) + 14,29 \operatorname{sen}\left(\frac{14\pi x}{15}\right) \quad (11)
 \end{aligned}$$

## 3. Precipitação mínima de Santo Antônio de Leverger

$$\begin{aligned}
 f(x) = & 7,46 \times 10^7 + 2,24 \times 10^7 \cos\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 8,79 \times 10^7 \cos\left(\frac{\pi x}{15}\right) - 2,48 \times 10^7 \cos\left(\frac{\pi x}{10}\right) + 1,62 \times 10^7 \cos\left(\frac{2\pi x}{15}\right) + \\
 & + 4,59 \times 10^6 \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 589466 \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) - 96097,9 \cos\left(\frac{7\pi x}{30}\right) - 1,31 \times 10^6 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{30}\right) - 3,11 \times 10^7 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{15}\right) + \\
 & + 4,43 \times 10^7 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{10}\right) - 1,31 \times 10^7 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{15}\right) - 4,00 \times 10^6 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 975540 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{5}\right) + 36994 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{30}\right)
 \end{aligned} \quad (12)$$

Curva de ajuste usando polinômios de Chebyshev:

$$\begin{aligned}
 \varphi(x) = & 13159,53 + 16284,3 \cos\left(\frac{\pi x}{40}\right) + 4618,4 \cos\left(\frac{3\pi x}{40}\right) - 1988,8 \cos\left(\frac{5\pi x}{40}\right) \quad (13) \\
 & + 808,8 \cos\left(\frac{7\pi x}{40}\right) - 269,6 \cos\left(\frac{9\pi x}{40}\right) + 53,6 \cos\left(\frac{11\pi x}{40}\right)
 \end{aligned}$$

#### 4. Precipitação acumulada de Santo Antônio de Leverger

$$\begin{aligned}
 f(x) = & 2,70 \times 10^9 + 6,68 \times 10^8 \cos\left(\frac{\pi x}{30}\right) - 3,25 \times 10^9 \cos\left(\frac{\pi x}{15}\right) - 7,52 \times 10^8 \cos\left(\frac{\pi x}{10}\right) + 6,52 \times 10^8 \cos\left(\frac{2\pi x}{15}\right) + \\
 & + 1,45 \times 10^8 \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 2,90 \times 10^7 \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) - 3,26 \times 10^6 \cos\left(\frac{7\pi x}{30}\right) - 4,76 \times 10^9 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{30}\right) - 9,31 \times 10^8 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{15}\right) + \\
 & + 1,69 \times 10^9 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{10}\right) + 4,05 \times 10^8 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{15}\right) - 1,74 \times 10^8 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 3,18 \times 10^7 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{5}\right) + 12,24 \times 10^6 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{30}\right)
 \end{aligned} \quad (14)$$

Curva de ajuste usando polinômios de Chebyshev:

$$\begin{aligned}
 \varphi(x) = & 158659,7 - 196341,2 \cos\left(\frac{\pi x}{40}\right) + 55686,4 \cos\left(\frac{3\pi x}{40}\right) - 23980,1 \cos\left(\frac{5\pi x}{40}\right) \\
 & + 9754,6 \cos\left(\frac{7\pi x}{40}\right) - 3252,5 \cos\left(\frac{9\pi x}{40}\right) + 647,9 \cos\left(\frac{11\pi x}{40}\right)
 \end{aligned} \quad (15)$$

#### 5. Precipitação acumulada de Cuiabá, nos últimos 20 anos

Curva de ajuste usando polinômios de Chebyshev:

$$\begin{aligned}
 \varphi(x) = & -88947,7 + 112528 \cos\left(\frac{\pi x}{40}\right) - 31114,4 \cos\left(\frac{3\pi x}{40}\right) + 12516,8 \cos\left(\frac{5\pi x}{40}\right) \\
 & - 4633,57 \cos\left(\frac{7\pi x}{40}\right) + 1250,09 \cos\left(\frac{9\pi x}{40}\right) - 197,41 \cos\left(\frac{11\pi x}{40}\right)
 \end{aligned} \quad (16)$$

#### 6. Precipitação do primeiro período de Cuiabá

$$\begin{aligned}
 f(x) = & -5,78 \times 10^7 - 1,51 \times 10^8 \cos\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 3,17 \times 10^8 \cos\left(\frac{\pi x}{15}\right) - 3,0 \times 10^7 \cos\left(\frac{\pi x}{10}\right) - 1,27 \times 10^8 \cos\left(\frac{2\pi x}{15}\right) + \\
 & + 5,05 \times 10^7 \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 45799,7 \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) - 1,28 \times 10^6 \cos\left(\frac{7\pi x}{30}\right) - 2,03 \times 10^8 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 1,09 \times 10^8 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{15}\right) - \\
 & - 2,73 \times 10^8 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{10}\right) + 8,44 \times 10^7 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{15}\right) + 2,73 \times 10^7 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 1,33 \times 10^7 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{5}\right) + 716191 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{30}\right)
 \end{aligned} \quad (17)$$

#### 7. Precipitação do segundo período de Cuiabá

$$\begin{aligned}
 f(x) = & 3,77 \times 10^9 - 2,85 \times 10^9 \cos\left(\frac{\pi x}{30}\right) - 3,03 \times 10^{10} \cos\left(\frac{\pi x}{15}\right) + 2,50 \times 10^9 \cos\left(\frac{\pi x}{10}\right) - 1,89 \times 10^8 \cos\left(\frac{2\pi x}{15}\right) - \\
 & - 2,57 \times 10^8 \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) + 5,14 \times 10^7 \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) + 509264 \cos\left(\frac{7\pi x}{30}\right) - 6,09 \times 10^9 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 3,62 \times 10^9 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{15}\right) + \\
 & + 6,60 \times 10^8 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{10}\right) - 1,05 \times 10^9 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{15}\right) + 1,81 \times 10^8 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 2,97 \times 10^7 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{5}\right) - 5,40 \times 10^6 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi x}{30}\right)
 \end{aligned} \quad (18)$$

**8. Equação linear da reta de regressão do pico de máximo de Cuiabá**

$$y = 12,926x + 1586 \quad (19)$$

**9. Equação linear da reta de regressão do pico de mínimo de Cuiabá**

$$y = -0,6323x + 1061,7 \quad (20)$$